Matematika

(Pola Bilangan, Koordinat Kartesius, Relasi Dan Fungsi)

Penulis :
Prof. Dr. Hj. Poppy Yaniawati, M.Pd.
Dr. In in Supianti, M.Pd.
Dr. Dahlia Fisher, M.Pd.

Penerbit:
CV. Kimfa Mandiri

Matematika

(Pola Bilangan, Koordinat Kartesius, Relasi Dan Fungsi)

Prof. Dr. Hj. Poppy Yaniawati, M.Pd.
Dr. In in Supianti, M.Pd.
Dr. Dahlia Fisher, M.Pd.

CV. Kimfa Mandiri

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang
Dilarang keras memperbanyak, memfotokopi sebagian atau seluruh isi buku ini, serta memperjualbelikannya tanpa mendapat izin tertulis dari Penerbit.

@2023, Penerbit CV. Kimfa Mandiri, Bandung
(100 halaman) 18,2 x 25 cm

Judul Buku:
Matematika
(Pola Bilangan, Koordinat Kartesius, Relasi Dan Fungsi)

Penulis:
Prof. Dr. Hj. Poppy Yaniawati, M.Pd.
Dr. In in Supianti, M.Pd.
Dr. Dahlia Fisher, M.Pd.

Editor:
T. Hidayat

Desain Sampul:
Tim Penyusun

Setting & Layout Isi:
Tim Penyusun

Penerbit:
CV. Kimfa Mandiri
JL. Raya Ciapus Rt 01 Rw 06 Desa. Ciapus Kec. Banjaran
Kab Bandung 40377
Telp: 022-85945637 - 085314983618 – 081220816826
Website: kimfamandiri.or.id
E-mail: kimfamandiriks@gmail.com

Juli, 2023
ISBN : 978-623-88618-1-1

KATA PENGANTAR

Puji syukur saya panjatkan kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunianya sehingga Matematika kelas 8 ini dapat diselesaikan. Bahan ajar ini pada tiap materi memuat Kompetensi Dasar (KD), peta konsep, sejarah, materi, ringkasan, *posttest*, dan referensi.

Bahan Ajar Matematika terwujud karena adanya bantuan dari berbagai pihak, yaitu diantaranya:

1. Kemenristek/ BRIN yang telah memberikan hibah Penelitian Terapan Unggulan Perguruan Tinggi (PTUPT)
2. Rektor Universitas Pasundan
3. Direktur Pascasarjana Universitas Pasundan
4. Pimpinan Program Magister Pendidikan Matematika Universitas Pasundan,
5. Lembaga Penelitian Universitas Pasundan, dan
6. Semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan bahan ajar ini

Kami menyadari bahan ajar ini masih belum sempurna, oleh karena itu kami mengharapkan saran dan amsukan bagi perbaikan bahan ajar selanjutnya. Kami berharap semoga bahan ajar ini bermanfaat bagi kita semua.

Bandung, Juni 2023

Penyusun,

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR i
DAFTAR ISI ii
DAFTAR GAMBAR iv
DAFTAR TABEL..... v
BAB I POLA BILANGAN..... 1
A. KOMPETENSI DASAR..... 1
B. PETA KONSEP..... 1
C. SEJARAH..... 2
D. MATERI..... 2
1. Barisan Bilangan..... 2
2. Barisan dan Deret Aritmetika..... 7
3. Barisan dan Deret Geometri..... 13
E. POSTES..... 19
BAB 2 KOORDINAT KARTESIUS..... 21
A. KOMPETENSI DASAR..... 21
B. PETA KONSEP..... 21
C. SEJARAH..... 22
D. MATERI..... 22
1. Posisi Titik terhadap Sumbu-x dan Sumbu-y..... 22
2. Posisi Titik terhadap Titik Asal (0, 0) dan terhadap Titik Tertentu 27
3. Posisi Garis Terhadap Sumbu-x dan Sumbu-y..... 31
E. POSTES..... 37
BAB 3 RELASI DAN FUNGSI..... 39
A. KOMPETENSI DASAR..... 39
B. PETA KONSEP..... 39
C. SEJARAH..... 39
D. MATERI..... 40
1. Relasi..... 40

2. Pengertian Fungsi..... 43
3. Aturan dan Notasi Fungsi..... 45
4. Grafik fungsi..... 48
5. Banyaknya Fungsi yang Mungkin dari Dua Buah Himpunan 51
6. Korespondensi satu-satu..... 53
7. Menentukan Rumus Sebuah Fungsi..... 58
E. POSTES..... 60
BAB 4 PERSAMAAN GARIS LURUS..... 62
A. KOMPETENSI DASAR..... 62
B. PETA KONSEP..... 62
C. SEJARAH..... 63
D. MATERI..... 63
1. Kemiringan Garis..... 63
2. Persamaan Garis Lurus..... 69
3. Menggambar Grafik Persamaan Garis Lurus pada Bidang Kartesius 75
4. Kedudukan Dua Garis..... 76
E. POSTES..... 81
BAB 5 SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL..... 83
A. KOMPETENSI DASAR..... 83
B. PETA KONSEP..... 83
C. SEJARAH..... 83
D. MATERI..... 84
1. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel..... 84
E. POSTES..... 95
DAFTAR PUSTAKA 97

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1 Leonardo Da Pisa (Fibonacci)..... 2
Gambar 1. 2 Pita..... 2
Gambar 1. 3 Denah Perumahan..... 7
Gambar 1. 4 Kertas Origami..... 13
Gambar 2. 1 Rene Descartes..... 22
Gambar 2. 2 Bidang Koordinat Kartesius..... 23
Gambar 2. 3 Denah Tugu Kota..... 28
Gambar 2. 4 Denah Tugu Kota..... 28
Gambar 2. 5 Denah Gedung Pemerintahan..... 32
Gambar 2. 6 Garis Sejajar Sumbu-X..... 32
Gambar 2. 7 Garis Sejajar Sumbu-Y..... 33
Gambar 2. 8 Garis Berpotongan dengan Sumbu-X dan Sumbu-Y..... 34

DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1 Barisan Bilangan Pita..... 3

Tabel 1. 2 Data Lipatan Kertas Origami..... 14

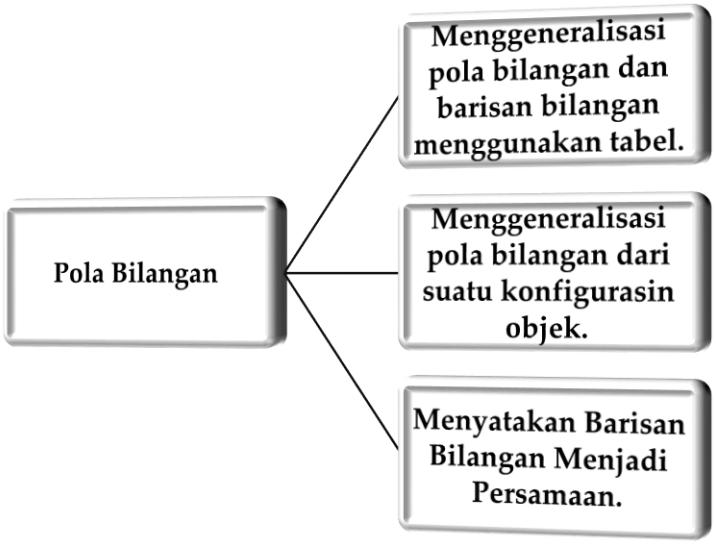
BAB I POLA BILANGAN

A. KOMPETENSI DASAR

3.1 Membuat generalisasi dari pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek.

4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek.

B. PETA KONSEP



C. SEJARAH



Leonardo Da Pisa (Fibonacci) adalah matematikawan Italia yang dikenal sebagai penemu bilangan **Fibonacci**. **Fibonacci** berperan dalam mengenalkan system penulisan dan perhitungan bilangan Arab ke dunia Eropa setelah melihat system bilangan Arab lebih sederhana dan efisien dibandingkan bilangan Romawi.

Deret Fibonacci dapat menjadi Fakta adanya Keteraturan pola bilangan di alam.

Gambar 1. 1 Leonardo Da Pisa (Fibonacci)

D. MATERI

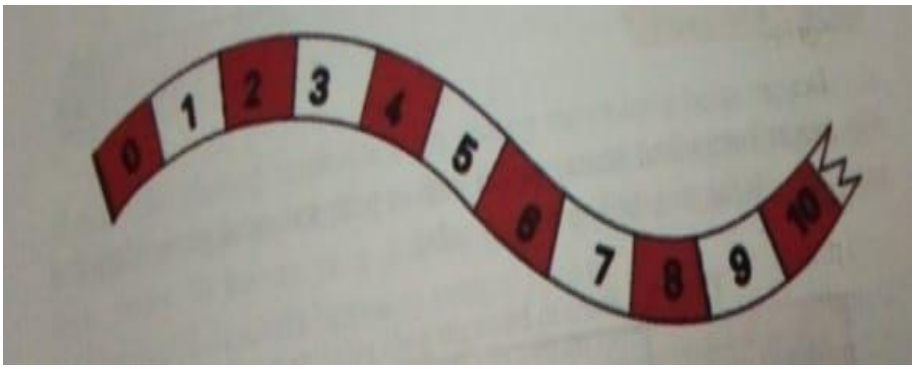
1. Barisan Bilangan

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Membuat generalisasi dari pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek.
b. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek.

Masalah Kontekstual



Gambar 1. 2 Pita

Diberikan sebuah pita warna merah putih berselang-seling seperti pada gambar di atas dengan ujung pita terputus-putus menandakan pita diperpanjang dengan pola barisan yang terbentuk. Dapatkah kamu menentukan warna pita pada bilangan ke-100 dan ke-1001?

Dari gambar rangkaian pita warna merah putih berselang-seling terdapat pola barisan bilangan yang terbentuk. Adapun pola barisan bilangan yang terbentuk merupakan barisan bilangan pita dua warna yang dapat kamu buat tabelnya sebagai berikut:

Tabel 1. 1 Barisan Bilangan Pita

Merah	0,2,4,6,… → Bil. Genap
Putih	1,3,5,7,… → Bil. Ganjil

Dari data tabel di atas, maka kamu dapat mengetahui warna pita pada bilangan ke-100 dan ke-1001. Bilangan 100 termasuk bilangan genap, maka warna pita yang muncul pada bilangan 100 tentunya adalah warna merah, sedangkan bilangan 1001 termasuk bilangan ganjil, maka warna pita yang muncul pada 1001 adalah warna putih.

Pada bilangan Genap dan bilangan ganjil, selalu bertambah 2 untuk bilangan berikutnya.

Barisan bilangan adalah bilangan-bilangan yang diurutkan dengan pola dan aturan tertentu.

Contoh barisan Bilangan:

a. 2, 4, 6, 8, ... (penambahannya selalu 2 untuk mendapatkan bilangan berikutnya).
b. 3, 8, 13, 18, ... (penambahannya selalu 5 untuk mendapatkan bilangan berikutnya).
c. 10, 7, 4, 1, ... (penambahannya selalu -3 untuk mendapatkan bilangan berikutnya).

KUIS 1

1. Besok merupakan hari kemerdekaan RI. Sebagai Anak Indonesia tentunya kalian akan ikut membantu memasang bendera merah putih di selasar jalan. Bendera yang dipasang bertuliskan I love Indonesia (ILI) dan Dirgahayu Republik Indonesia (DRI) berselang-seling. Jika adik-adik memasang bendera bertuliskan DRI lebih dulu kemudian temanmu di ujung tali yang lain memasang bendera bertuliskan ILI dan panjang tali untuk memasangkan bendera sepanjang 244 meter, maka temanmu harus memasang bendera ILI pada meter ke ….



A. 244 m

B. 243 m

C. 242 m

D. 241 m

2. Ayah bermaksud memasang lampu hias kelap-kelip pada perayaan ulang tahun Zenar di pagar rumah. Lampu kelap-kelip itu berubah warna dari warna merah, biru, kuning, oranye, hijau, dan seterusnya berubah setiap 1 menit sekali dengan pola yang sama. Warna lampu yang menyala pada 25 menit pertama adalah ….



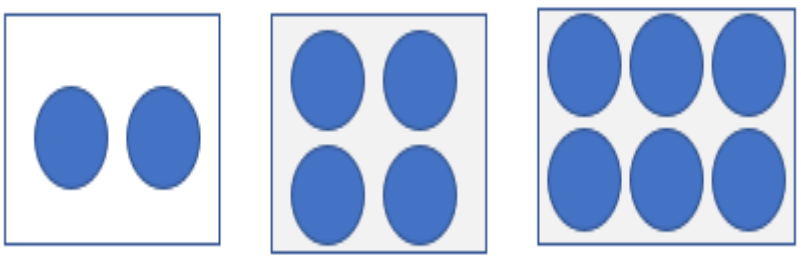
A. Merah

B. Biru

C. Hijau

D. Oranye

3. Alvin sedang bermain di halaman belakang dengan menggunakan uang koin Rp 500. Alvin mengajak Bagja untuk melakukan permainan tebak-tebakan dengan menyusun uang koinnya sebagai berikut:



Bagja disuruh menebak uang koin pada susunan ketiga puluh. Banyaknya uang koin yang dimaksud adalah ….

A. 30 koin

B. 40 koin

C. 50 koin

D. 60 koin

4. Pada masa MPLS di SMPN 23 Bandung, Dea mendapat tugas untuk mengumpulkan tanda tangan semua kakak kelasnya sebagai syarat masuk ekskul Pencak Silat. Pada hari pertama Dea hanya mendapatkan satu tanda tangan, hari kedua mendapatkan 6 tanda tangan, hari ketiga mendapatkan 11 tanda tangan, dan hari keempat mendapatkan 16 tanda tangan. Banyaknya seluruh tanda tangan yang diperoleh Dea sampai satu minggu adalah ….

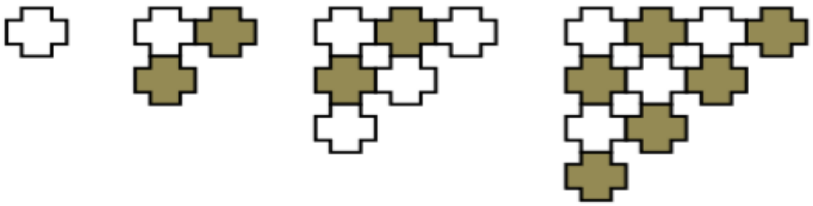
   A. 112

   B. 216

   C. 220

   D. 222

5. Perhatikan konfigurasi objek berikut!



   Barisan yang dapat muncul dari barisan konfigurasi objek di atas adalah ….

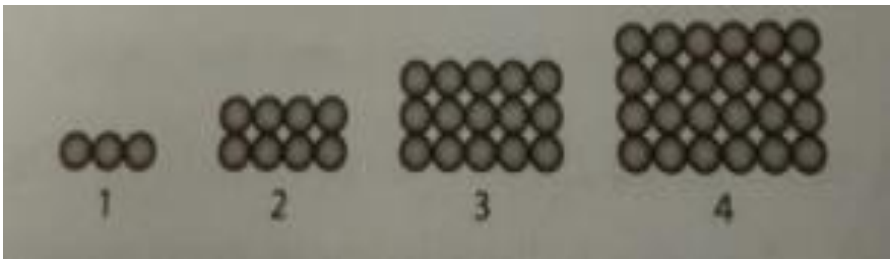
   A. 0, 0, 1, 4

   B. 0, 2, 5, 9

   C. 1, 1, 4, 4

   D. 4, 8, 12, 16

6. Perhatikan gambar konfigurasi berikut!



Jika pola di atas dilanjutkan, maka banyaknya bulatan pola ke-10 adalah ….

A. 80

B. 99

C. 120

D. 142

7. Dua suku berikutnya dari barisan bilangan 41, 39, 36, 32, … adalah ….

   A. 29, 23

   B. 27, 21

   C. 26, 22

   D. 24, 17

8. Perhatikan pola bilangan berikut!

   2, 2, 4,12, 48, …

   Aturan yang sesuai dengan pola bilangan tersebut adalah ….

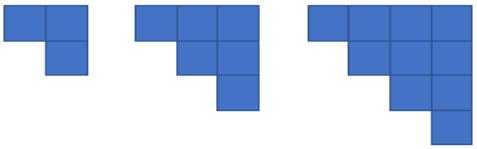
   A. Suku ke-1 ditambah 0, suku kedua ditambah 1, dan seterusnya.

   B. Suku ke-1 dikali 1, suku ke-2 dikali 2, dan seterusnya.

   C. Suku berikutnya merupakan hasil dua kali suku sebelumnya.

   D. Suku berikutnya merupakan hasil penjumlahan 4 dengan suku sebelumnya.

9. Perhatikan gambar konfigurasi yang dibentuk dari persegi berikut:



   Banyaknya persegi pada pola ke-8 adalah ….

   A. 75

   B. 65

   C. 55

   D. 45

10.Perhatikan gambar konfigurasi hexagonal yang dibentuk dari batang tusuk gigi berikut:



Jika pola dilanjutkan, bangun yang tersusun dari 30 batang tusuk gigi adalah bangun ke-….

A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

2. Barisan dan Deret Aritmetika

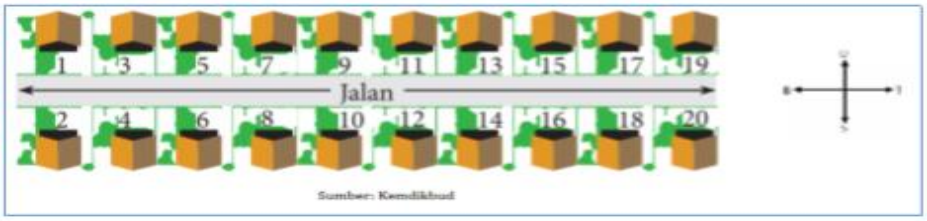
Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Membuat generalisasi dari pola pada barisan serta deret aritmetika dan barisan serta deret konfigurasi objek.

b. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola pada barisan dan deret aritmetika dan barisan serta deret aritmetika konfigurasi objek.

Masalah Kontekstual



Gambar 1. 3 Denah Perumahan

Pernahkah kamu mencari alamat rumah seseorang dalam suatu kompleks perumahan? Coba amati denah di atas. Dapatkah kamu menyebutkan berapa saja nomor rumah yang terletak di utara jalan? berapa saja nomor rumah yang terletak di selatan? Apa perbedaan antara nomor rumah yang terletak di utara jalan dengan di selatan jalan? Misalkan potongan denah tersebut dilanjutkan hingga rumah bernomor 51, di utara jalan atau di selatan jalankah rumah bernomor 51? Pada urutan keberapa dari barat posisi rumah itu? Jawaban dari pertanyaan-pertanyaan tersebut adalah:

- Nomor rumah di utara jalan : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

- Nomor rumah yang terletak di selatan : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.
- Perbedaan nomor rumah yang terletak di sebelah utara jalan dan selatan jalan adalah nomor rumah ganjil berada di utara jalan sedangkan nomor rumah genap berada di selatan jalan.
- Jika potongan denah dilanjut hingga rumah bernomor 51 maka rumah tersebut akan berada di utara jalan, karena nomor 51 termasuk bilangan ganjil.
- Nomor 51 berada di urutan ke 26 dari barat posisi rumah, karena $\frac{51}{2} = 25{,}5 \approx 26$.

a. Barisan Aritmetika

Untuk setiap barisan bilangan Aritmetika dengan Suku ke-1 = U_1 = a, beda = b, dan Un = suku ke-n, maka untuk menentukan suku keberapapun dapat digunakan rumus:

$$\boxed{Un = a + (n-1)b}$$

b. Deret Aritmetika

Jika Sn = a + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + … + (a + (n–1)b) disederhanakan hasilnya dalam bentuk rumus sabagai berikut:

$$\boxed{S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n) \text{ atau } \frac{1}{2}n(2a + (n-1)b)}$$

Keterangan:

S_n = Jumlah suku ke-1 sampai suku ke-n

U_n = Suku ke-n

$U_1 = a$ = suku ke-1

b = Beda

n = Bilangan yang menunjukkan banyak suku yang dijumlahkan

Contoh Soal 1

Dalam suatu gedung pertunjukkan disusun kursi dengan baris paling depan terdiri dari 12 kursi, baris kedua berisi 14 kursi, baris ketiga berisi 16 kursi, dan seterusnya. Banyaknya kursi pada baris ke-20 adalah ….

Pembahasan:

Diketahui a = 12 dan b = 2 dan $U_n = a + (n-1)b$, sehingga diperoleh:

$U_{20} = 12 + (20-1)2$

$= 12 + (19)2$

$= 12 + 38$

$= 50$

Jadi, banyaknya kursi pada baris ke-20 adalah 50 kursi.

Contoh Soal 2

Fikri memiliki seutas tali rafia yang dipotong menjadi 6 bagian dan membentuk barisan aritmetika. Panjang tali yang terpendek adalah 6 cm dan yang terpanjang adalah 36 cm. Tentukan panjang semula tali rafia tersebut.

Pembahasan:

Banyak potongan tali rafia = $n = 6$

Panjang tali terpedek = $a = 6$ cm

Panjang tali terpanjang = $U_6 = 36$

Panjang semua tali rafia adalah jumlah seluruh panjang potongan tali rafia atau S_6, sehingga diperoleh:

$S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)$

$S_6 = \frac{1}{2} . 6 (6 + 36)$

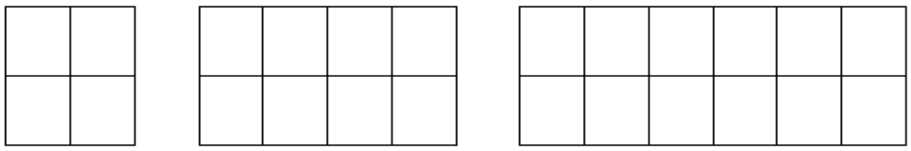
$S_6 = 3 . 42$

$S_6 = 126$

Jadi, panjang tali rafia semula adalah 126 cm.

KUIS 2

1. Diberikan susunan persegi sebagai berikut:



Banyaknya persegi satuan pada pola ke-20 adalah ….

A. 20

B. 40

C. 60

D. 80

2. Perhatikan gambar konfigurasi berikut:



Banyak noktah pada pola ke-10 adalah ….

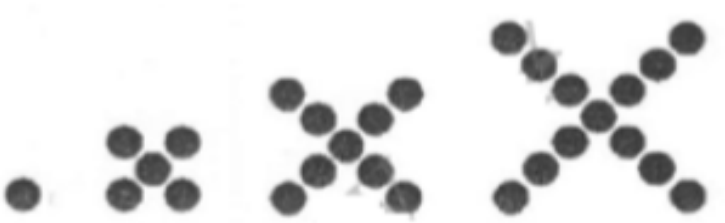
A. 25

B. 30

C. 32

D. 35

3. Perhatikan gambar konfigurasi berikut:



Jika pola di atas dilanjutkan, maka banyaknya bulatan pola ke-40 adalah ….

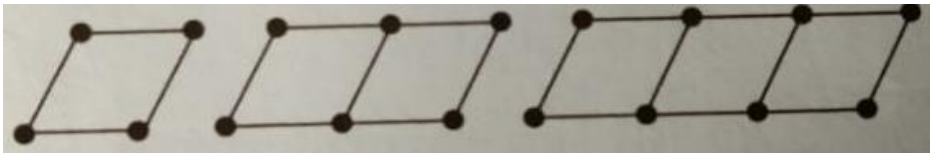
A. 157

B. 155

C. 153

D. 150

4. Perhatikan gambar konfigurasi yang dibentuk dari batang korek api berikut:



Banyaknya batang korek api yang diperlukan untuk membuat pola ke-25 adalah ….

A. 70

B. 73

C. 76

D. 79

5. Perhatikan gambar berikut.



Diketahui kecepatan pelari Bobo (no. 4) adalah $\frac{5}{6}$ kali kecepatan Andi (no.9). Pada awal, perlombaan Bobo berada 13 m di depan Andi. Jika kecepatan Andi adalah 6 m/detik, jarak Andi dan Bobo setelah 10 detik adalah ….

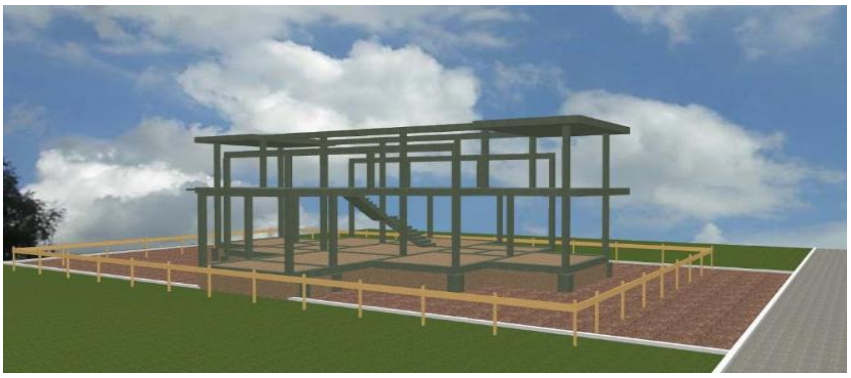
A. 3 m

B. 4 m

C. 5 m

D. 6 m

6. Perhatikan gambar berikut.



Sebuah rumah akan dibangun menggunakan tiang-tiang beton. Tiang yang diperlukan untuk membangun satu rumah adalah 12 buah, dua rumah memerlukan 20 tiang beton, 3 rumah memerlukan 28 tiang beton, dan seterusnya. Banyak tiang beton untuk membangun 10 rumah adalah ….

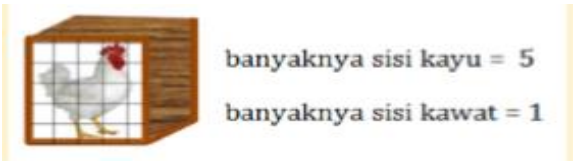
A. 572 buah

B. 480 buah

C. 92 buah

D. 84 buah

7. Berikut merupakan desain kandang ayam yang terdiri dari sisi dinding terbuat dari kayu dan sisi pintu terbuat dari kawat.





Banyaknya sisi dinding kayu dalam n adalah ….

A. 4n – 1

B. 4n + 1

C. 4n – 2

D. 4n + 2

8. Perhatikan gambar berikut.



Di ruang auditorium terdapat 15 baris kursi. Baris paling depan terdapat 16 kursi dan baris berikutnya 4 kursi lebih banyak dari baris di depannya. Jumlah seluruh kursi dalam ruangan tersebut adalah ….

A. 59 buah

B. 660 buah

C. 670 buah

D. 1320 buah

9. Pak Mahmud memiliki pendapatan sebesar Rp. 30.000.000,- pada tahun pertama hasil usahanya. Pendapatannya naik Rp. 3.000.000,- tiap tahun. Jumlah total pendapatan Pak Mahmud selama delapan tahun adalah ….

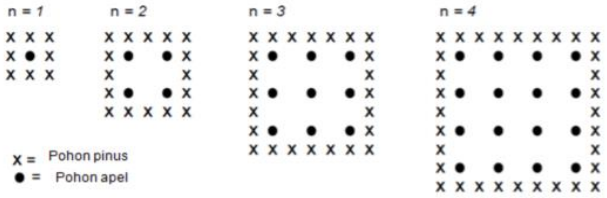
   A. Rp. 324.000.000,-

   B. Rp. 336.000.000,-

   C. Rp. 348.000.000,-

   D. Rp. 359.000.000,-

10. Seorang petani menanam pohon apel dalam pola persegi. Untuk melindungi pohon tersebut dari angin ia menanam pohon pinus di sekeliling kebun. Jika terdapat suatu n, dimana banyaknya pohon apel sama dengan banyaknya pohon pinus, nilai n tersebut adalah ….



   A. 6

   B. 7

   C. 8

   D. 9

3. Barisan dan Deret Geometri

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Membuat generalisasi dari pola pada barisan dan deret geometri serta barisan dan deret geometri konfigurasi objek.

b. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola pada barisan dan deret geometri serta barisan dan deret geometri konfigurasi objek.

Masalah Kontekstual



Gambar 1. 4 Kertas Origami

Sebuah kertas origami berbentuk persegi. Kertas origami tersebut dilipat sekali sehingga terbentuk dua bagian, dilipat dua kali terbentuk empat bagian dan seterusnya. Dapatkah kamu menentukan banyaknya bagian kertas origami yang terbentuk jika kertas origami dilipat 5 kali?

Berdasarkan barisan bilangan yang telah kamu pelajari sebelumnya, maka data lipatan kertas origami dapat diperoleh sebagai berikut:

Tabel 1. 2 Data Lipatan Kertas Origami

Lipatan ke-	Banyaknya segiempat	Hubungan
1	2	$2 = 2^1$
2	4	$2 \times 2 = 2^2$
3	8	$2 \times 2 \times 2 = 2^3$
4	…	…
5	32	$= 2^5$

Masalah di atas bukan merupakan barisan aritmetika. Mengapa? Ayo dapatkan kamu menjelaskannya?

a. Barisan Geometri

Untuk setiap barisan bilangan geometri dengan suku ke-1 = U_1 , rasio = r , dan U_n= suku ke-n, maka untuk menentukan suku keberapapun dapat digunakan rumus:

$$\boldsymbol{U_n = U_1 \times r^{n-1}}$$

b. Deret Geometri

Bentuk umum deret geometri dapat disederhanakan dalam bentuk rumus, yaitu:

$$\boldsymbol{S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}}\text{, dengan r} \neq 1$$

Keterangan:

S_n = Jumlah U_1 sampai U_n

$a = U_1$ = Suku ke-1

r = rasio (pengali tetap)

Contoh Soal 3

1. Tentukan suku ke-11 dari barisan geometri 3, 9, 27, 81, …

   Pembahasan:

   a = 3

   r $= \frac{U_n}{U_{n-1}}$

   $= \frac{9}{3}$

   = 3

   $U_n = U_1 \times r^{n-1}$

   $U_{11} = 3 \times 3^{11-1}$

   $= 3 \times 3^{10}$

   $= 3 \times 59049$

   $= 177.147$

   Jadi suku ke 11 dari barisan geometri tersebut yaitu 177.147

2. Tentukan jumlah 7 suku pertama dari barisan 2, 4, 6, 8, …

Pembahasan:

a = 2

r $= \frac{U_n}{U_{n-1}}$

$= \frac{4}{2}$

= 2

$\boldsymbol{S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}}$

$S_7 = \frac{2(2^7-1)}{2-1}$

$= \frac{2(128-1)}{1}$

$= 2 \times 127$

$= 254$

Jadi, jumlah 7 suku pertama barisan tersebut adalah 254.

KUIS 3

1. Suku ke-10 dari barisan geometri berikut:1, 3, 9, 27, … adalah ….

   A. 19.256

   B. 19.347

   C. 19.683

   D. 19.734

2. Perhatikan gambar konfigurasi berikut:

   Banyak noktah pada pola ke-9 adalah ….

   A. 378

   B. 256

   C. 125

   D. 75

3. Perhatikan pola barisan berikut!

   k + 1, k – 1, k – 5, …

   Jika Pola di atas memenuhi pola barisan geometri, maka nilai yang berlaku untuk k adalah ….

   A. 0

   B. -1

   C. -2

   D. -3

4. Harga sebuah barang setiap tahun menyusut 20%. Jika harga pembelian barang tersebut Rp 40.000.000, maka harga pada tahunke-4 adalah ….

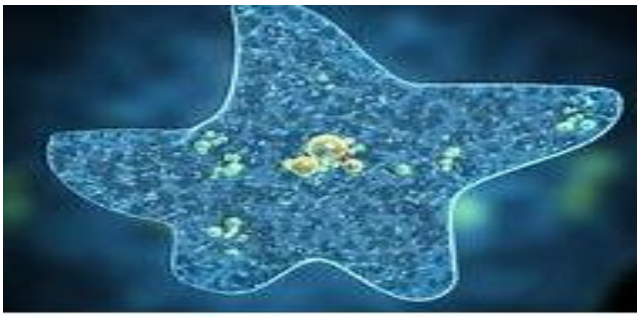
   A. Rp. 30.880.000,-

   B. Rp. 25.680.000,-

   C. Rp. 20.480.000,-

   D. Rp. 15.280.000,-

5. Dalam setiap 20 menit, amoeba membelah diri menjadi dua. Jika awalnya ada 20 amoeba, maka banyaknya amoeba selama 2 jam adalah ….



A. 1720

B. 1560

C. 1320

D. 1260

6. Banyak kursi pada barisan pertama di sebuah gedung pertemuan adalah 10 dan banyak kursi pada barisan keempat adalah 80 sehingga penyusunan kursi tersebut membentuk deret geometri. Jika dalam gedung itu terdapat 5 baris kursi, maka banyaknya kursi dalam gedung adalah ….

   A. 400

   B. 350

   C. 310

   D. 250

7. Kertas yang dibutuhkan Alvin untuk menggambar setiap minggunya berjumlah 2 kali lipat dari minggu sebelumnya. Jika minggu pertama Alvin membutuhkan 20 kertas, maka banyak kertas yang dipergunakan selama 6 minggu adalah ….



   A. 630

   B. 310

   C. 256

   D. 64

8. Sebuah kabel antena TV akan dipotong menjadi enam bagian. Panjang setiap bagian membentuk barisan geometri. Kawat terpendek panjangnya adalah 6 cm, sedangkan yang paling panjang adalah 192 cm. Panjang kawat sebelum dipotong adalah ….



A. 360 cm

B. 370 cm

C. 378 cm

D. 570 cm

9. Dalam suatu lomba karya tulis, panitia akan memberikan hadiah sejumlah uang kepada juara I,II,III, dan IV. Jika uang yang diberikan terdiri dari lembaran lima puluh ribuan. Juara I akan memperoleh 40 lembar, juara II memperoleh setengah dari juara I, dan juara III memperoleh setengah dari juara II, dan begitu seterusnya, maka jumlah seluruh uang yang diberikan pihak panitia adalah ….

A. Rp. 4.750.000,-

B. Rp. 3.750.000,-

C. Rp. 2.750.000,-

D. Rp. 1.750.000,-

10. Setiap hari minggu, Pak Rudi membagikan uang saku kepada empat anaknya. Uang yang dibagikan terdiri dari lembaran lima ribuan. Banyak uang yang diterima anak-anaknya membentuk barisan geometri. Jika anak kedua menerima 28 lembar dan anak keempat menerima 7 lembar, banyak uang yang dibagikan Pak Rudi setiap minggunya adalah ….

A. Rp. 525.000,-

B. Rp. 535.000,-

C. Rp. 545.000,-

D. Rp. 555.000,-

E. POSTES

1. Coba amati olehmu susunan kartu bergambar wortel yang dibuat Andi berikut ini:

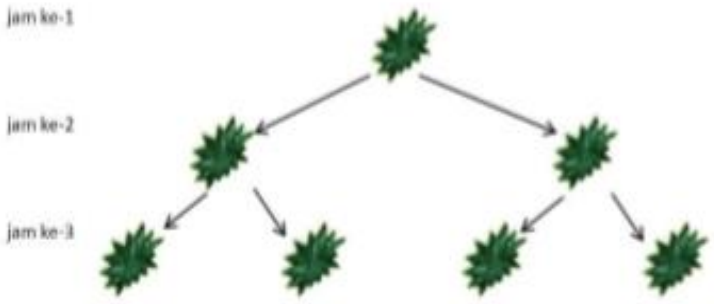


Dapatkah kamu membantu Andi menemukan banyaknya kartu pada urutan kesepuluh? Bagaimana caramu menemukannya?

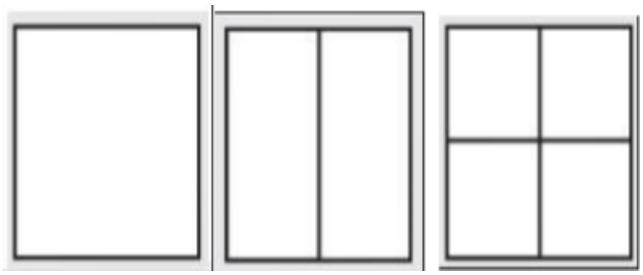
2. Berikut merupakan barisan motif batik kawung. Jika kainnya diperbesar, maka motif batik kawungnya akan semakin banyak. Dapatkah kamu menentukan banyaknya motif batik kawung yang dibuat jika kain yang tersedia mencapai 1 m^2. ( = 1 cm^2)



3. Tita sangat suka membaca buku untuk menambah pengetahuannya. Menjelang liburan semester, Tita meminjam ensiklopedia matematika di perpustakaan. Pada hari pertama liburan, Tita membaca 12 halaman pertama ensiklopedia tersebut. Pada hari kedua Tita menambah membaca 14 halaman berikutnya. Hari ketiga Tita menambah mmbaca 16 halaman, dan seterusnya. Pada hari ketujuh liburan, berapa total jumlah halaman ensiklopedia yang dibaca Tita?
4. Seorang ilmuan mengamati perkembangan satu bakteri di laboratorium. Bakteri tersebut membelah dua setiap satu jam. Dapatkah kamu menentukan berapa banyak bakteri setelah 6 Jam? Bagaimana kamu menemukan strategi untuk memperoleh jawabannya?



5. Selembar kertas dilipat satu kali secara simetris horizontal/vertical. Jika lipatan dibuka akan membentuk dua segiempat. Kertas itu dilipat dua kali, ketika lipatan dibuka garis bekas lipatan akan membentuk empat segiempat. Berapa banyak segiempat yang terbentuk jika melipatnya sebanyak tujuh kali? Dapatkah kamu menemukan banyaknya lipatan ke-n?



6. Pada kejuaraan lomba lari juara satu sampai juara enam akan mendapat uang sebagai hadiah. Hadiah yang dibagikan adalah mendapat uang Rp 320.000 untuk juara 6, juara 5 mendapat 1,5 kali juara 6, juara 4 mendapat 1,5 kali juara 5, demikian seterusnya hingga yang mendapat jumlah terbesar adalah juara 1. Tentukan jumlah dana untuk kejuaraan tersebut!



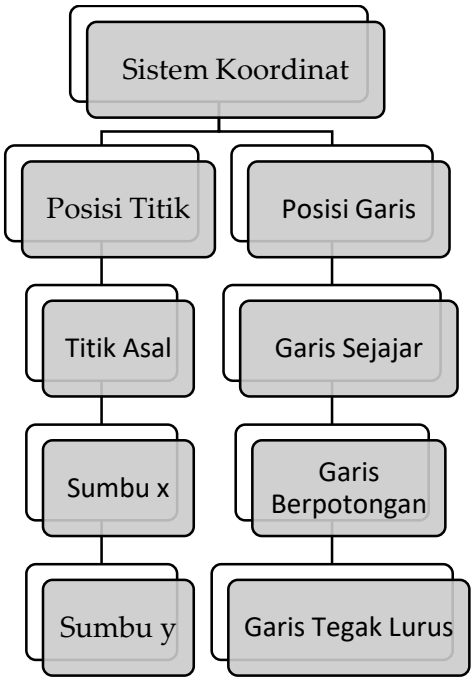
BAB 2 KOORDINAT KARTESIUS

A. KOMPETENSI DASAR

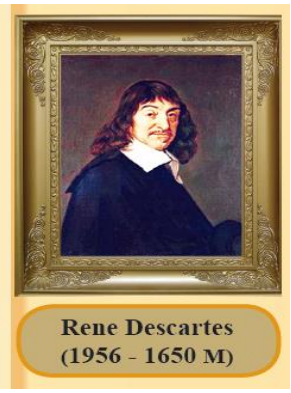
3.2 Menjelaskan kedudukan titik dalam bidang koordinat Kartesius yang dihubungkan dengan masalah kontekstual.

4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kedudukan titik dalam bidang koordinat Kartesius.

B. PETA KONSEP



C. SEJARAH



Gambar 2. 1 Rene Descartes

Descartes dikenal sebagai Renatus Cartesius dalam literatur berbahasa Latin, merupakan seorang filsuf dan Matematikawan Perancis. Beliau mempersembahkan sumbangan yang penting yaitu penemuanannya tentang Geometri analitis yang akhirnya dikenal sebagai pencipta "sistem Koordinat Kartesius". Beliau mempengaruhi perkembangan kalkulus modern dan menyediakan jalan untuk Newton menemukan kalkulus.

Beliau juga memberikan kontribusi yang besar dalam kemajuan di bidang matematika, sehingga dipanggil sebagai "Bapak Matematika Modern".

D. MATERI

1. Posisi Titik terhadap Sumbu-x dan Sumbu-y

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Menentukan kedudukan suatu titik pada bidang Koordinat Kartesius.
b. Menentukan jarak suatu titik terhadap sumbu-x dan sumbu-y.
c. Menentukan letak kuadran suatu titik.
d. Menyelesaikan permasalahan mengenai kedudukan titik pada bidang kartesius.

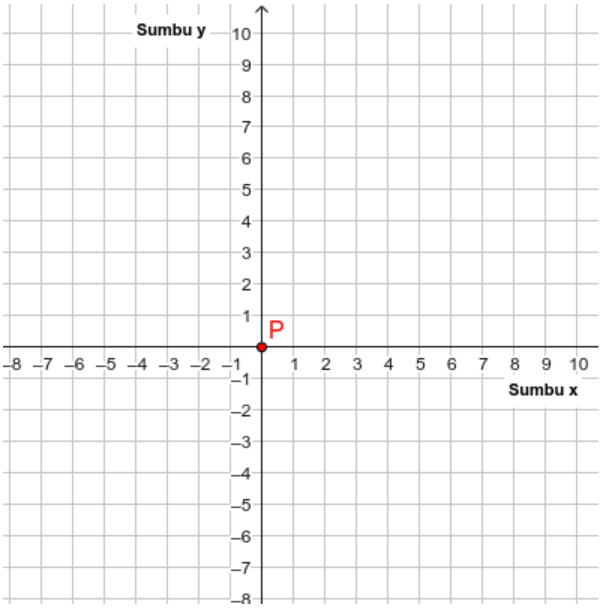
Masalah Kontekstual

Garis lintang menjelaskan zona iklim di bumi, sedangkan garis bujur menentukan perbedaan waktu antara suatu kota dengan kota lain di bumi. Jika kita analogikan, garis lintang dan garis bujur merupakan representasi dari sistem koordinat Kartesius. Apa yang kamu ketahui tentang sistem koordinat Kartesius? Untuk tahu jawabannya, ayo kita pelajari dalam berikut.

a. Koordinat Kartesius

Koordinat kartesius digunakan untuk menentukan letak sebuah titik yang dinyatakan dalam pasangan bilangan. Letak suatu objek pada bidang kartesius dapat digambarkan dalam sebuah bidang koordinat dengan menandai urutan kolom dan baris dengan huruf dan/atau angka.

Koordinat Kartesius mempunyai 2 sumbu, yaitu sumbu mendatar disebut sumbu-x dan sumbu tegak disebut sumbu-y. Perpotongan kedua sumbu tersebut disebut dengan titik asal dan dituliskan dalam koordinat (0, 0).



Gambar 2. 2 Bidang Koordinat Kartesius

Contoh Soal 1

Perhatikan gambar berikut.



1. Kecamatan Jetis terletak di (F, 7)
2. Kecamatan Jenangan terletak di (H, 9)
3. Kecamatan Ngabel terletak di (J, 10)
4. Kecamatan Sukorejo terletak di (E, 9)
5. Kecamatan Pudak terletak di (M, 9)
6. Kecamatan Ngrayun terletak di (E, 3)
7. Kecamatan Balong terletak di (D, 6)

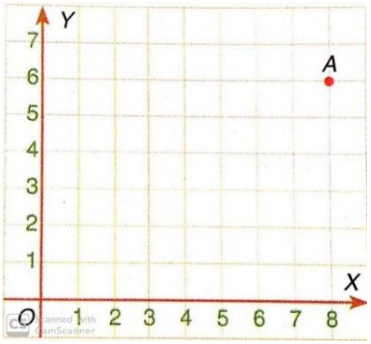
b. Posisi Titik Pada Koordinat Kartesius

Letak suatu titik disajikan dalam pasangan bilangan (x, y) yang disebut koordinat titik pada bidang kartesius tersebut. Koordinat x disebut absis, sedangkan koordinat y disebut ordinat.

1) Kuadran I, koordinat-x positif dan koordinat-y positif (+, +).
2) Kuadran II, koordinat-x negatif dan koordinat-y positif (-, +).
3) Kuadran III, koordinat-x negatif dan koordinat-y negatif (-, -).
4) Kuadran IV, koordinat-x positif dan koordinat-y negatif (+, -).
5) Sumbu- x, ordinat bernilai nol.
6) Sumbu-y, absis bernilai nol.

KUIS 1

1. Perhatikan gambar koordinat kartesius berikut.



Letak koordinat titik A adalah ….

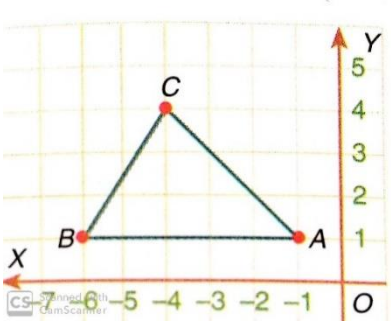
A. (6, 8)

B. (8, 6)

C. (8, 8)

D. (6, 6)

2. Perhatikan gambar berikut.



Titik-titik A, B, dan C berturut-turut adalah ….

A. (-1, 1), (-6,1) dan (-4, 4)

B. (2, 3), (2, 8) dan (7, 6)

C. (-1, 1), (6, 1) dan (-4, 4)

D. (2, 3), (2, 8) dan (6, 7)

3. Persegi panjang PQRS mempunyai koordinat titik P(-3, 1), Q(7, 1) dan S(-3, 5). Koordinat titik R adalah ….

   A. (6, 5)

   B. (7, 5)

   C. (3, 5)

   D. (3, -5)

4. Diketahui dalam koordinat Kartesius terdapat titik P, Q dan R dengan titik P(4, 6) dan titik Q(7, 1). Jika titik P, Q dan R dihubungkan akan membentuk segitiga siku-siku, maka koordinat titik R adalah ….

   A. (6, 5)

   B. (4, 5)

   C. (6, 1)

   D. (4, 1)

5. Titik P berada 4 satuan ke kiri dan 3 satuan ke bawah terhadap titik asal. Koordinat titik P tersebut adalah ….

   A. (4, 3)

   B. (-3, -4)

   C. (-4, 3)

   D. (-4, -3)

6. Titik yang terletak pada kuadran III adalah ….

   A. (4, 6)

   B. (4, -6)

   C. (-4, 6)

   D. (-4, -6)

7. Titik yang berjarak 7 satuan dari sumbu-X, 2 satuan dari sumbu-Y, dan berada pada kuadran III adalah ….

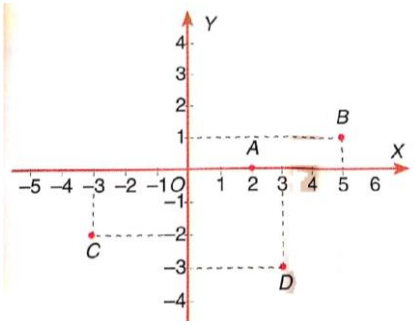
   A. (-2, 7)

   B. (-2, -7)

   C. (-7, 2)

   D. (-7, -2)

8. Perhatikan gambar di bawah ini .



   Koordinat-koordinat di bawah ini yang sesuai dengan gambar adalah ….

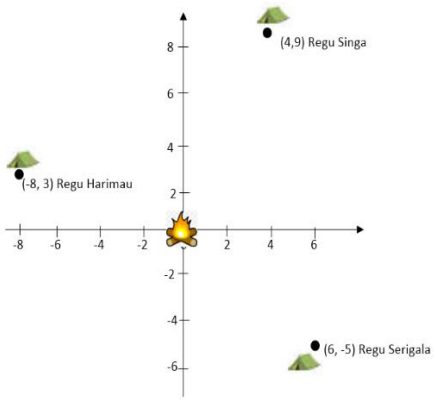
   A. A(0, 2)

   B. B(1, 5)

   C. C(-2, 2)

   D. D(3, -3)

9. Perhatikan gambar berikut.



   Gambar di atas menunjukkan denah lokasi perkemahaan Persami SMP Vijaya Kusuma pada bidang koordinat kartesius. Jika akan didirikan suatu tiang bendera di lokasi perkemahan dengan syarat jarak tiang bendera ke tenda regu "Harimau" dan "singa" harus sama serta jarak tiang bendera harus sedekat mungkin ke tenda regu "serigala", maka dari pernyataan berikut yang benar adalah ….

A. Jarak tenda regu harimau dan regu singa sama dengan jarak tiang bendera ke tenda regu serigala.

B. Jarak tenda regu harimau dan regu singa adalah dua kali jarak tiang bendera ke tenda regu serigala.

C. Jarak tenda regu harimau dan regu singa adalah tiga kali jarak tiang bendera ke tenda regu serigala.

D. Jarak tenda regu harimau dan regu singa adalah jarak tiang bendera ke tenda regu serigala.

2. Posisi Titik terhadap Titik Asal (0, 0) dan terhadap Titik Tertentu

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Menentukan kedudukan suatu titik terhadap titik asal (0, 0).

b. Menentukan kedudukan suatu titik terhadap titik tertentu (a, b).

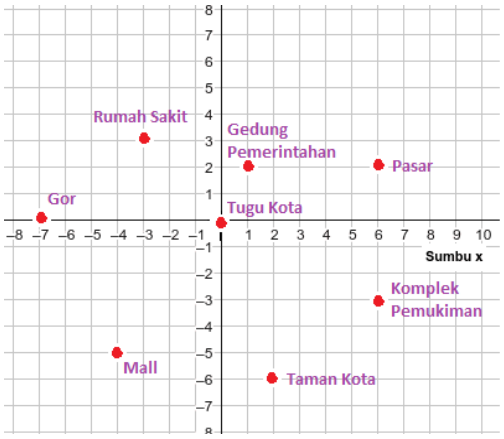
c. Menyelesaikan permasalahan tentang kedudukan suatu titik.

Masalah Kontekstual

Bella dan Diva ingin berkunjung ke rumah gurunya yaitu Ibu Neni. Bella dan Diva berangkat bersama dari sekolah, namun menempuh jalan berbeda. Warna merah adalah jalan yang dilalui Bella sedangkan warna biru adalah jalan yang dilalui Diva. Jika kecepatan sepeda mereka sama, siapakah yang akan datang lebih awal? Ilustrasikan ke dalam koordinat kartesius ya.

a. Posisi Suatu Titik Terhadap Titik Asal

Perhatikan denah berikut.



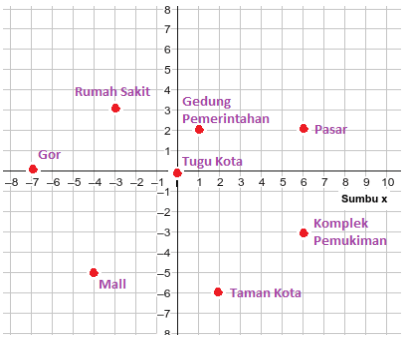
Gambar 2. 3 Denah Tugu Kota

Berdasarkan denah di atas, dengan menggunakan letak Tugu Kota sebagai pusatnya yang berada di titik asal (0, 0), maka berikut ini adalah posisi tempat lainnya terhadap Tugu Kota:

Tempat	Posisi terhadap Tugu Kota (0, 0)		Koordinat terhadap Tugu Kota (0, 0)
	x	y	
Gedung Pemerintah	1 satuan	2 satuan	(1, 2)
Pasar	6 satuan	2 satuan	(6, 2)
Rumah Sakit	3 satuan	3 satuan	(-3, 3)
GOR	….	….	….
Taman Kota	….	….	….
Mall	….	….	….
Komplek Pemukiman	….	….	….

b. Posisi Suatu Titik Terhadap Titik Tertentu (a, b)

Perhatikan denah berikut.



Gambar 2. 4 Denah Gedung Pemerintahan

Berdasarkan denah di atas, dengan menggunakan letak Gedung Pemerintahan sebagai titik tertentu (a, b), maka berikut ini adalah posisi tempat lainnya terhadap Gedung Pemerintahan:

Tempat	Posisi terhadap Gedung Pemerintahan (1, 2)		Koordinat terhadap Gedung Pemerintahan (1, 2)
	x	y	
Gedung Pemerintah	0 satuan	0 satuan	(0, 0)
Pasar	5 satuan	0 satuan	(5, 0)
Rumah Sakit	4 satuan	1 satuan	(-4, 1)
GOR	….	….	….
Taman Kota	….	….	….
Mall	….	….	….
Komplek Pemukiman	….	….	….

Sehingga diperoleh:

Koordinat titik (x, y) terhadap (a, b) adalah (x – a, y – b)

KUIS 2

1. Titik yang berjarak 8 satuan dari sumbu-X, 3 satuan dari sumbu-Y, dan berada pada kuadran III adalah ….

   A. (-3, 8)

   B. (-3, -8)

   C. (-8, 3)

   D. (-8, -3)

2. Jika titik P(3, -4) dan titik Q(-1, 2), maka koordinat titik Q terhadap titik P adalah ….

   A. (-4, -2)

   B. (-4, 6)

   C. (2, -6)

   D. (2, -2)

3. Koordinat titik P terhadap titik Q(5, -1) adalah (4, -3). Koordinat titik P terhadap titik asal (0, 0) adalah ….

   A. (9, 4)

   B. (-9, 4)

   C. (9, -4)

   D. (-9, -4)

4. Titik B berada 4 satuan ke kanan dan 3 satuan ke bawah terhadap titik A(-1, -2) dan titik Q(-1, 2). Koordinat titik B adalah ….

   A. (-5, 5)

   B. (-5, -5)

   C. (3, 5)

   D. (3, -5)

5. Perhatikan gambar berikut.



Hilmi merupakan seorang siswa di SMP Vijaya Kusuma. Dia mengikuti eskul paskibra di sekolahnya. Ketika sedang latihan baris-berbaris dengan alur barisannya adalah mula-mula Hilmi berjalan ke arah timur 4 langkah dan kemudian ke arah utara 3 langkah. Jika titik awal Hilmi berjalan adalah titik (1, 1), maka koordinat Hilmi sekarang adalah ….

A. (5,4)

B. (3,2)

C. (4,5)

D. (2,3)

6. Seorang anak berada pada posisi koordinat (0, 0), kemudian berpindah posisi yaitu 3 langkah pertama ke kanan dan 4 langkah ke atas menuju titik A. Dari titik A, anak tersebut melangkah ke kiri 6 langkah dan 8 satuan ke bawah ke titik B. Dari titik B melangkah ke kiri 5 langkah dan 2 langkah ke bawah. Koordinat titik A, B, dan C adalah ….

   A. A(3, 4), B(-3, -4), C(-8, -6)

   B. A(3, 4), B(-5, -4), C(5, -8)

   C. A(4, 4), B(-3, -5), C(-5, -7)

   D. A(3, 3), B(-5, -4), C(-6, 7)

7. Posisi relatif titik A terhadap titik acuan B(2, -1) adalah (4, 3). Koordinat titik A adalah ….

   A. (2, 2)

   B. (2, -2)

   C. (6, 2)

   D. (6, -2)

8. Posisi relatif titik P(7, 1) terhadap suatu titik acuan tertentu adalah (5, 3). Titik acuan tersebut adalah ….

   A. (12, 4)

   B. (2, 2)

   C. (-2, 2)

   D. (2, -2)

9. Posisi relatif titik A(4, 2) terhadap titik B(7, 1) adalah ….

   A. (11, 3)

   B. (3, -1)

   C. (-3, 1)

D. (-11, -3)

10. Posisi relatif suatu titik A terhadap titik acuan B adalah (6, -3), maka dari titik B menuju titik A bergerak ….

A. 6 satuan ke kanan dan 3 satuan ke atas

B. 6 satuan ke kanan dan 3 satuan ke bawah

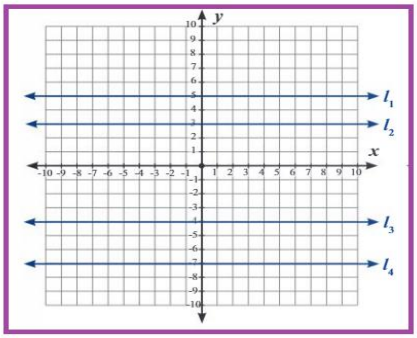
C. 6 satuan ke kiri dan 3 satuan ke atas

D. 6 satuan ke kiri dan 3 satuan ke bawah

3. Posisi Garis Terhadap Sumbu-x dan Sumbu-y

a. Garis yang Sejajar Sumbu-x dan Tegak Lurus Sumbu-y

Perhatikan gambar berikut.

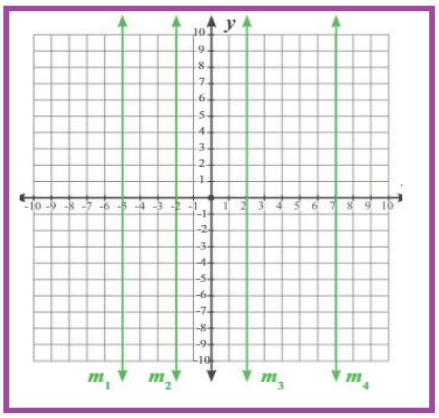


Gambar 2. 5 Garis Sejajar Sumbu-X

1) Garis l_1 melalui titik-titik dengan koordinat y yang tetap yaitu y = 5.
2) Garis l_2 melalui titik-titik dengan koordinat y yang tetap yaitu y = 3.
3) Garis l_3 melalui titik-titik dengan koordinat y yang tetap yaitu y = -4.
4) Garis l_4 melalui titik-titik dengan koordinat y yang tetap yaitu y = -7.

b. Garis yang Sejajar Sumbu-y dan Tegak Lurus Sumbu-x

Perhatikan gambar berikut.

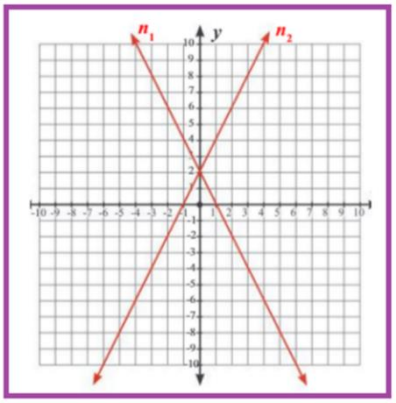


Gambar 2. 6 Garis Sejajar Sumbu-Y

1) Garis m_1 melalui titik-titik dengan koordinat x yang tetap yaitu x = -5.
2) Garis m_2 melalui titik-titik dengan koordinat x yang tetap yaitu x = -2.
3) Garis m_3 melalui titik-titik dengan koordinat x yang tetap yaitu x = 2.
4) Garis m_4 melalui titik-titik dengan koordinat x yang tetap yaitu x = 7.

c. Garis yang Berpotongan dengan Sumbu-x dan Sumbu-y

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 2. 7 Garis Berpotongan dengan Sumbu-X dan Sumbu-Y

1) Garis n_1 melalui titik-titik dengan koordinat (-3, 8), (-2, 6), (-1, 4), (0, 2), (1, 0), (2, -2), (3, -4), (4, -6).
2) Garis n_2 melalui titik-titik dengan koordinat (4, 8), (2, 6), (1, 4), (0, 2), (-1, 0), (-2, -2), (-3, -4), (-4, -6).
3) Garis n_1 dan garis n_2 berpotongan di titik (0, 2).

d. Koordinat Geografis Lintang-Bujur

Dalam dunia penerbangan, para pilot pesawat diwajibkan memiliki pengetahuan tentang koordinat Lintang dan Bujur yang menyatakan poisisi pesawat tersebut terhadap suatu

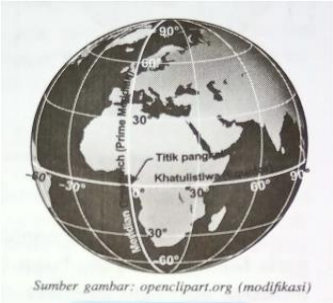
tempat di bumi sehingga koordinat Geografis Lintang dan Bujur sangat membantu untuk mengetahui letak suatu tempat atau kota di bumi.

Garis bujur adalah garis khayal vertikal yang menghubungkan kutub utara dan kutub selatan bumi.

Garis bujur 0^0 dimulai dari garis yang melalui **Greenwich** di **Inggris,** ke arah barat diberi tanda negatif sampai -180^0 disebut **bujur barat (BB)** dan ke arah timur diberi tanda positf sampai $+180^0$ disebut **bujur timur (BT).**

Garis lintang adalah garis khayal horizontal yang berbentuk lingkaran dan sejajar dengan garis khatulistiwa.

Lingkaran di sebelah selatan khatulistiwa diberi tanda negatif disebut **lintang selatan (LS)** dan lingkaran di sebelah utara khatulistiwa diberi tanda positif disebut **lintang utara (LU).**

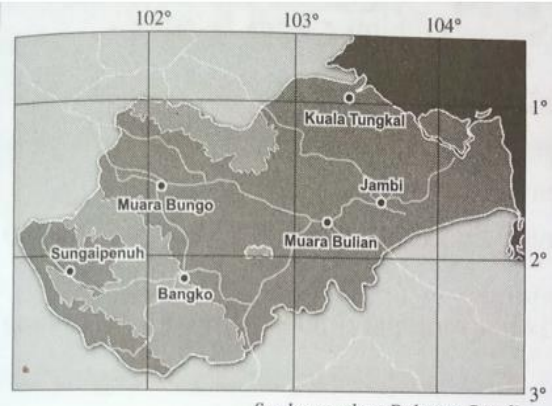


Gambar 2. 8 Permukaan Bumi

Selanjutnya, posisi atau letak suatu tempat pada permukaan bumi dapat dinyatakan dengan menggunakan pasangan koordinat garis lintang dan garis bujur.

Contoh Soal 2

Perhatikan gambar berikut.



Sumber gambar: Dokumen Penulis

Gambar di atas menunjukkan peta provinsi Jambi. Tentukan koordinat lintang-bujur untuk kota Jambi dan Sungaipenuh.

Pembahasan:

Jambi terletak di selatan Khatulistiwa, berarti berada di lintang selatan (LS).

Jambi terletak pada 1^0LS – 3^0LS dan 103^0BT – 104^0BT.

Sungai penuh terletak di Timur meridian Greenwich, berarti berada di bujur timur (BT).

Sungai penuh terletak pada 2^0LS – 3^0LS dan 101^0BT – 102^0BT.

Pada zaman dengan kemajuan teknologi informasi saat ini melalui telepon seluler (ponsel) berbasis android dan sejenisnya, kita dapat menentukan dan mencari letak posisi suatu tempat atau lokasi dengan akurat sampai ke koordinat Lintang dan Bujurnya. Jadi kita tidak akan mudah tersesat lagi jika mencari lokasi.

Berikut langkah yang dilakukan untuk menentukan koordinat Lintang dan Bujur suatu tempat di ponsel berbasis android.

Memasukkan koordinat untuk menemukan tempat.

1. Pada ponsel atau tablet Android, buka aplikasi Google Maps.
2. Pada kotak pencarian di bagian atas, ketik koordinat Anda. Berikut ini contoh format yang berfungsi:
   - Derajat, menit, dan detik (DMS): 41°24'12.2"N 2°10'26.5"E.
   - Derajat dan menit desimal (DMM): 41 24.2028, 2 10.4418.
   - Derajat desimal (DD): 41.40338, 2.17403.
3. Anda akan melihat pin pada koordinat Anda.

Mendapatkan koordinat tempat

1. Pada ponsel atau tablet Android, buka aplikasi Google Maps.
2. Tap lama area tertentu pada peta yang belum diberi label. Anda akan melihat pin merah muncul.
3. Koordinat akan muncul di kotak telusur di bagian atas.

Tips dalam memformat koordinat

Berikut ini beberapa tips untuk memformat koordinat agar berfungsi di Google Maps:

1. Gunakan simbol derajat, bukan "d".
2. Gunakan titik sebagai desimal, bukan koma. Salah: 41,40338, 2,17403. Benar: 41.40338, 2.17403.
3. Cantumkan koordinat lintang sebelum koordinat bujur.
4. Pastikan angka pertama di koordinat lintang antara -90 dan 90.
5. Pastikan angka pertama di koordinat bujur antara -180 dan 180.

KUIS 3

1. Garis g melalui titik (5, 6) dan (-3, 6) serta garis h melalui titik (-2, -1) dan (6, -1). Pernyataan yang benar mengenai garis g dan h adalah ….

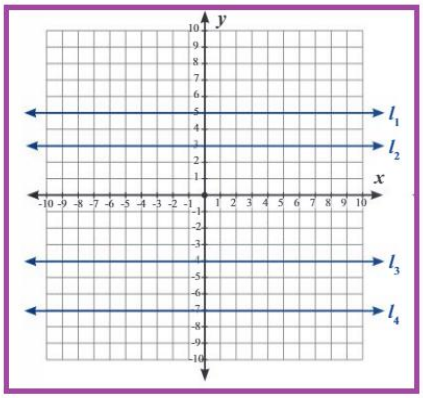
   A. Garis g tegak lurus dengan garis h

   B. Garis g sejajar dengan garis h

   C. Garis g dan garis h saling berpotongan

   D. Garis g dan garis h berpotongan tegak lurus

2. Perhatikan gambar berikut.



   Jarak garis l_3 terhadap sumbu- X adalah ….

A. 2 satuan

B. 3 satuan

C. 4 satuan

D. 5 satuan

3. Berikut ini yang benar mengenai garis g yang melalui titik (-6, 4) dan (-6, -4) adalah ….

   A. Garis g melalui titik (-6, 1)

   B. Garis g memotong sumbu- Y

   C. Garis g sejajar dengan sumbu- x

   D. Garis g tegak lurus dengan sumbu- y

4. Jumlah garis yang tegak lurus sumbu-Y dan berjarak 3 satuan dari sumbu-X adalah ….

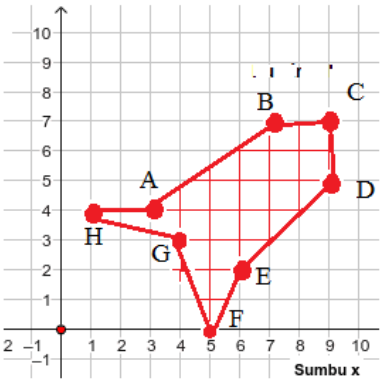
   A. 1

   B. 2

   C. Tak terhitung

   D. Tidak ada

5. Perhatikan gambar berikut.



   Pada gambar tersebut, garis yang sejajar dengan sumbu-X adalah ….

   A. AH

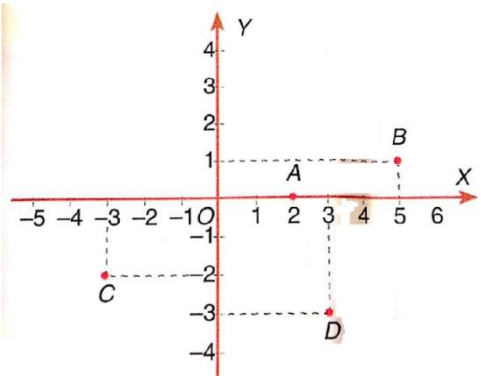
   B. CD

   C. EF

   D. FG

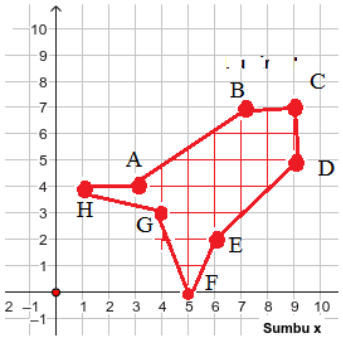
E. POSTES

1. Perhatikan gambar berikut ini.



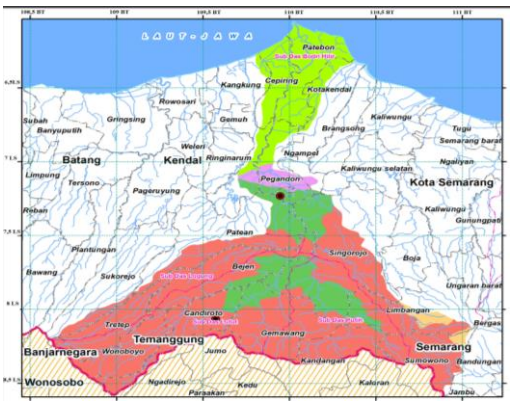
Dalam Matematika, koordinat kartesius digunakan untuk menenukan tiap titik dalam bidang dengan menggunakn dua bilangan yaitu koordinat x dan koordinat y. Tentukan posisi titik A, B, C dan D pada koordinat Kartesius tersebut.

2. Jika *ABCD* adalah titik-titik pada sistem koordinat Kartesius yang membentuk persegi panjang dengan A(2, 1), B(8, 1), dan C(8, 3), maka tentukan koordinat titik *D* yang tepat.
3. Perhatikan gambar berikut ini.



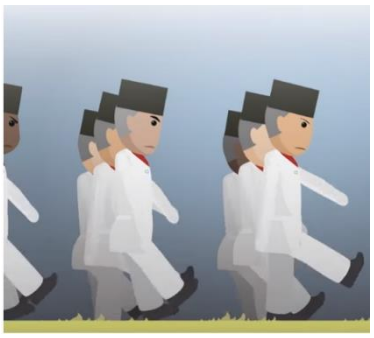
Pada gambar diagram kartesius disamping, tuliskan garis-garis yang saling sejajar.

4. Perhatikan gambar berikut ini.



Peta tersebut merupakan peta sebagian di wilayah Jawa Timur terdapat garis-garis melintang dan membujur. Garis-garis tersebut memiliki jarak yang teratur, ada yang sejajar dan ada yang tegak lurus. Garis-garis itu dinamakan garis lintang dan garis bujur. Tentukanlah letak geografis Temanggung.

5. Seorang anak berada pada posisi koordinat (0, 0), kemudian dia berpindah posisi, yaitu 3 langkah pertama ke kanan dan 4 langkah ke atas menuju titik A. Dari titik A anak tersebut melangkah ke kiri 6 langkah dan 8 satuan ke bawah ke titik B. Jika dari titik B melangkah ke kiri 5 langkah dan 2 langkah ke bawah, maka tentukan koordinat titik A, B, dan C.
6. Perhatikan gambar berikut ini.



Hilmi merupakan seorang siswa di SMP Vijaya Kusuma yang mengikuti eskul paskibra di sekolahnya. Ketika latihan baris-berbaris, dengan alur barisannya adalah awalnya berjalan ke arah timur 8 langkah dan kemudian ke arah utara 5 langkah. Jika titik awal Hilmi berjalan adalah titik (4, 2), maka tentukan koordinat Hilmi sekarang.

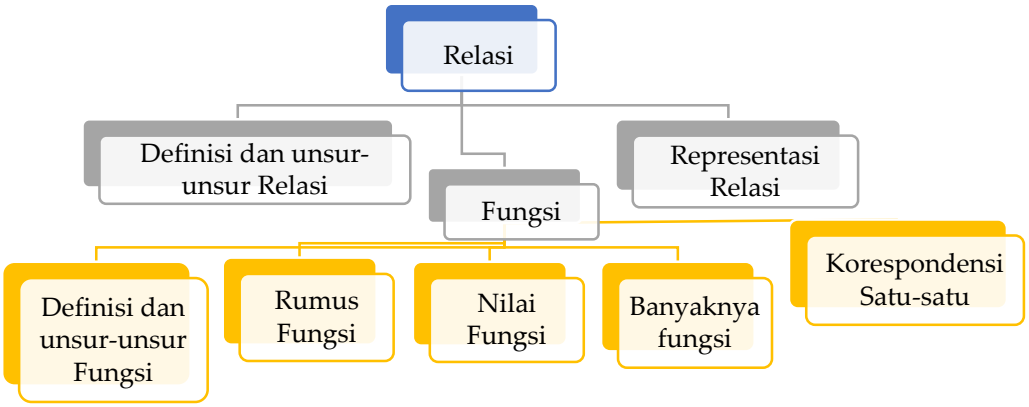
BAB 3 RELASI DAN FUNGSI

A. KOMPETENSI DASAR

3.3 Mendeskripsikan dan manyatakan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi (kata-kata, tabel, grafik, diagram, dan persamaan).

4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi.

B. PETA KONSEP



C. SEJARAH



Gambar 3. 1 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716)

Leibniz adalah ahli matematika Jerman yang mengembangkan kalkulus differensial dan integral. Ia juga merupakan seorang filsuf, ilmuwan, fisikawan, diplomat, sejarawan, dan doktor bidang hukum. Leibniz adalah orang pertama yang menggunakan istilah "fungsi" pada tulisannya di tahun 1673 untuk menggambarkan kuantitas yang terkait dengan titik-titik pada kurva.

D.MATERI

1. Relasi

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Menjelaskan relasi yang terjadi diantara dua himpunan.
b. Menyajikan suatu relasi dalam bentuk diagram panah, pasangan berurutan, dan diagram kartesius.
c. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan relasi.

Masalah Kontekstual



Gambar 3. 2 Contoh Relasi

Hari ini adalah ulang tahunnya Rossa. Para penggemarnya yaitu Joli, Ria, Amanda, dan Lintang memberinya hadiah. Joli dan Amanda memberinya tas, Ria memberinya parfum dan dompet, sedangkan Lintang memberinya baju. Apakah masalah di atas termasuk relasi? Bagaimana cara menyajikan masalah di atas?

Untuk memahami Relasi, mari kita perhatikan gambar berikut.



Gambar 3. 3 Profesi

Pastinya kalian tahu profesi orang-orang tersebut di atas, ayo sebutkan. Nama-nama orang dan profesinya dapat dibuat menjadi dua buah himpunan, yaitu:

A = himpunan orang

A = {Kim Heechul, So Joong Ki, Jonatan Christie, Boyke, Arini}

B = himpunan profesi

B = {Penyanyi, Aktor, Atlet, Dokter, Guru}

Kita juga dapat menggambarkan relasi antara anggota himpunan A dan anggota himpunan B. Ayo kita lihat gambar berikut.

Relasi antara anggota himpunan A dan anggota himpunan B adalah "berprofesi" seperti terlihat pada gambar di bawah ini.



Gambar 3. 4 Relasi A ke B

Jadi menurut kalian relasi itu apa?

Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah aturan/hubungan yang memasangkan anggota A dengan anggota B, di mana A disebut daerah asal (*domain*) dan B disebut daerah kawan (*kodomain*).

Agar lebih memahami pengertian relasi, jawablah pertanyaan berikut, kemudian bandingkan dengan kunci jawaban yang sudah disediakan.

Contoh Soal 1

Sebutkan nama relasi yang dapat dibuat dari himpunan A ke himpunan B.

a. A = {4, 9, 16, 25} dan B = {1, 2, 3, 4, 5}

b. A = {2, 4, 6, 8, 10} dan B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

c. A = {Jakarta, Tokyo, Bangkok} dan B = {Indonesia, Thailand, Malaysia, Jepang}

Pembahasan:

Relasi dapat direpresentasikan menggunakan tiga metode, yaitu diagram panah, himpunan pasangan berurutan, dan diagram Cartesius.

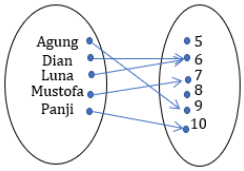
Contoh Soal 2

Diketahui A = {Agung, Dian, Luna, Mustofa, Panji} dan B = { 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Relasi yang menghubungkan himpunan A ke himpunan B adalah "nilai matematika dari". Jika nilai

matematika Agung, Dian, Luna, Mustofa, dan Panji berturut-turut adalah 9, 6, 6, 7, 10, maka buatlah relasi "nilai matematika dari" A ke B dalam diagram panah, himpunan pasangan berurutan, dan diagram Cartesius.

Pembahasan:

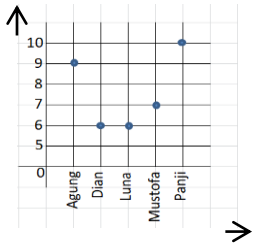
a. Diagram panah



b. Himpunan pasangan berurutan

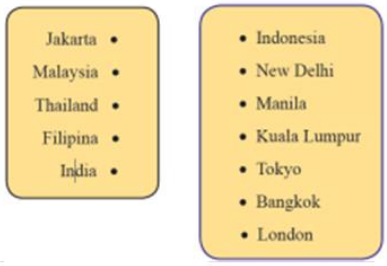
{(Agung, 9), (Dian, 6), (Luna, 6), (Mustofa, 7), (Panji, 10)}

c. Diagram Cartesius



KUIS 1

1. Perhatikan dua himpunan berikut

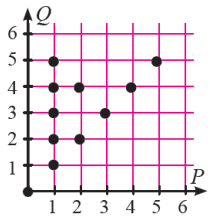


   a. Buatlah nama relasi yang mungkin antara kedua himpunan itu.
   b. Gambarlah diagram panah dari anggota himpunan A ke anggota himpunan B sesuai dengan relasi yang telah kamu buat.

2. Buatlah diagram Cartesius dari relasi "satu lebihnya dari" himpunan $\{2, 3, 5, 9, 12\}$ ke himpunan $\{1, 4, 7, 10, 13\}$.

3. Diketahui himpunan $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan himpunan $Q = \{3, 4, 5, 6, 8\}$. Nyatakanlah relasi "faktor dari" dari himpunan P ke himpunan Q dalam bentuk himpunan pasangan berurutan.

4. Pak Dadan mempunyai tiga orang anak, bernama Taufik, Faizal, dan Rizal. Pak Sugandar mempunyai dua orang anak, bernama Sari dan Taufan. Sedangkan pak Saeful mempunyai seorang anak bernama Iqbal. Nyatakan dalam diagram panah, relasi "ayah dari" dari himpunan ayah ke himpunan anak.
5. Perhatikan gambar berikut.



Tentukan relasi yang memenuhi diagram tersebut, kemudian nyatakan dalam diagram panah dan himpunan pasangan berurutan.

2. Pengertian Fungsi

Fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi yang memasangkan setiap anggota di A dengan tepat satu anggota di B.

Sinonim dari fungsi adalah **Pemetaan**. Dari pengertian fungsi di atas memberi petunjuk kepada kita, bahwa pada fungsi dari himpunan A ke himpunan B diperlukan adanya:

a. Himpunan A yang disebut daerah asal (*domain*).
b. Himpunan B yang disebur daerah kawan (*kodomain*).
c. Relasi yang memasangkan setiap anggota di A dengan tepat satu anggota di B.

Terdapat dua hal penting untuk diperhatikan, yaitu:

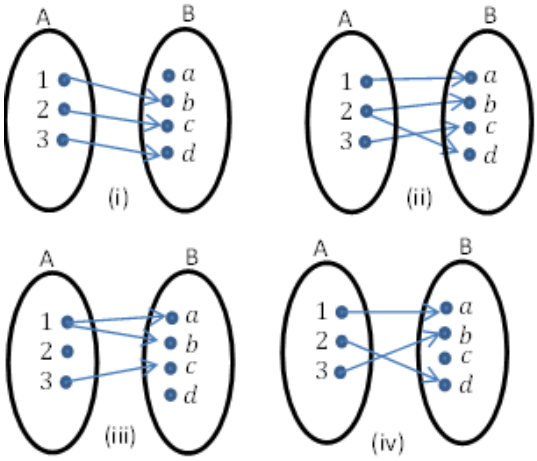
a. Setiap anggota di A mempunyai pasangan di B.
b. Anggota-anggota di A hanya mempunyai tepat satu pasangan di B.

Suatu fungsi atau pemetaan biasanya diberi nama dengan huruf-huruf kecil seperti misalnya f, g, h, dan sebagainya, atau dapat pula diberi nama dengan huruf-huruf Yunani seperti α, β, γ, dan sebagainya (dibaca *alpha, betta, gamma*), atau dapat pula diberi nama dengan huruf-huruf kapital seperti F, G, H, dan sebagainya.

Agar lebih memahami pengertian fungsi, jawablah pertanyaan berikut, kemudian bandingkan jawaban kalian dengan kunci jawaban yang sudah disediakan.

Contoh Soal 3

Relasi dari himpunan $A = \{1,2,3\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$ ditunjukkan oleh diagram panah-diagram panah yang tampak dalam di bawah ini. Di antara relasi-relasi tersebut, manakah yang merupakan fungsi dan manakah yang bukan fungsi dari himpunan A ke himpunan B.



Pembahasan:

Yang merupakan fungsi adalah (i) dan (iv).

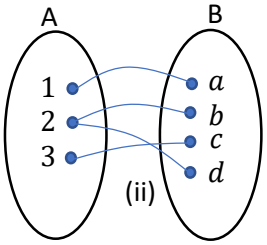


Diagram panah yang tampak pada (ii) **bukan** merupakan fungsi dari himpunan A ke himpunan B, karena meskipun setiap anggota di A mempunyai pasangan di B, tetapi ada anggota di A yaitu 2 memiliki dua pasangan di B.

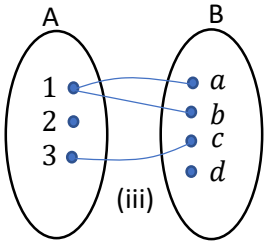
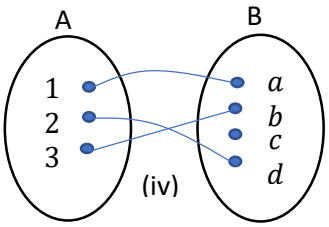


Diagram panah yang tampak pada (iii) **bukan** merupakan fungsi dari himpunan A ke himpunan B, karena ada anggota di A yaitu 2 tidak mempunyai pasangan di B, dan ada anggota di A yaitu 1 memiliki dua pasangan di B.

Kini perhatikan fungsi pada (iv) tadi. Ada beberapa hal penting yang perlu diperhatikan dari gambar tersebut, yaitu:



a. Diketahui bahwa $1 \in A$ dipasangkan dengan $a \in B, 2 \in A$ dipasangkan dengan $d \in B$, dan $3 \in A$ dipasangkan dengan $b \in B$. Pernyataan-pernyataan tersebut sering kali dikatakan bahwa "1 dipetakan ke a", "2 dipetakan ke d", dan "3 dipetakan ke b", serta berturut-turut dilambangkan dengan "$1 \rightarrow a$", "$2 \rightarrow d$", dan "$3 \rightarrow b$". Selanjutnya dikatakan pula bahwa "a disebut peta atau bayangan dari 1", "d disebut peta atau bayangan dari 2", dan "b disebut peta atau bayangan dari 3".

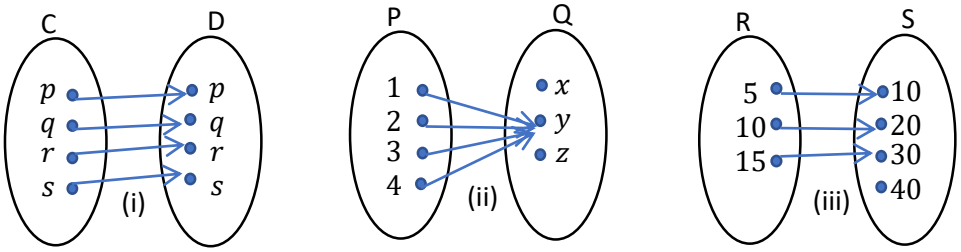
b. Himpunan $A = \{1,2,3\}$ disebut **daerah asal** (*domain*) dari fungsi tersebut.

Himpunan $B = \{a, b, c, d\}$ disebut **daerah kawan** (*kodomain*) dari fungsi tersebut.

Himpunan semua peta dari fungsi itu yaitu $\{a, b, d\}$ disebut **daerah hasil** (*range*) dari fungsi tersebut.

Contoh Soal 4

Tentukan daerah asal, daerah kawan, dan daerah hasil dari suatu fungsi yang diagram panahnya tampak dalam gambar berikut.



Pembahasan:

(i) Daerah asalnya adalah $C = \{p, q, r, s\}$

Daerah kawannya adalah $D = \{p, q, r, s\}$

Daerah hasilnya adalah $D = \{p, q, r, s\}$

(ii) Daerah asalnya adalah $P = \{1,2,3,4\}$

Daerah kawannya adalah $Q = \{x, y, z\}$

Daerah hasilnya adalah $Q = \{y\}$

(iii) Daerah asalnya adalah $R = \{5,10,15\}$

Daerah kawannya adalah $S = \{10,20,30,40\}$

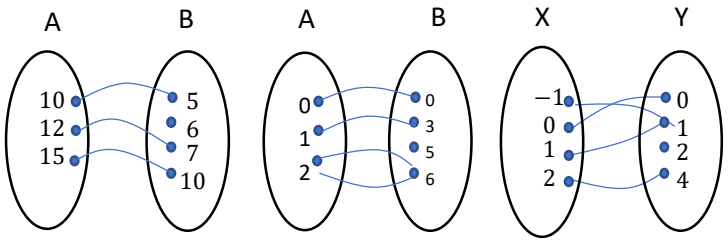
Daerah hasilnya adalah $S = \{10,20,30\}$

3. Aturan dan Notasi Fungsi

Jika ada suatu fungsi dari himpunan A ke himpunan B, maka relasi yang memasangkan setiap anggota di A dengan tepat satu anggota di B tersebut akan menentukan aturan atau rumus dari fungsi tadi. Selanjutnya, agar kalian memahami berbagai macam aturan atau rumus dari suatu fungsi, pelajarilah contoh berikut.

Contoh Soal 5

Perhatikanlah fungsi-fungsi yang diagram panahnya tampak dalam gambar di bawah ini, kemudian jawablah pertanyaan-pertanyaan sehubungan dengan fungsi-fungsi dalam gambar tersebut. Jika kamu telah memperoleh jawabannya, bandingkanlah jawabanmu dengan pembahasannya.



(i) (ii) (iii)

a. Sebutkan nama relasi dari tiap fungsi tersebut.

b. Pada fungsi yang diagram panahnya tampak dalam gambar (i), aturan fungsinya adalah $x \rightarrow x - \ldots.$

c. Pada fungsi yang diagram panahnya tampak dalam gambar (ii), aturan fungsinya adalah $x \rightarrow \ldots..$

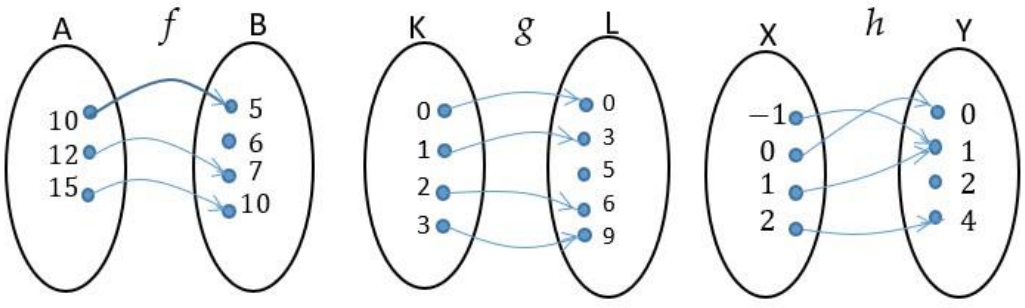
d. Pada fungsi yang diagram panahnya tampak dalam gambar (iii), aturan fungsinya adalah $x \rightarrow \ldots..$

Pembahasan:

a. Nama relasi yang diagram panahnya tampak dalam gambar (i) adalah "lebih lima dari", pada gambar (ii) adalah "sepertiga dari", dan pada gambar (iii) adalah "kuadratnya sama dengan".

b. Diagram panah yang tampak dalam gambar (i) merupakan suatu fungsi yang aturannya adalah "$x \rightarrow x^2$".

Perhatikan diagram dalam gambar berikut ini.



Gambar 3. 5 Diagram Panah

(i) (ii) (iii)

Dari gambar di atas ini dapat diketahui bahwa fungsi yang diagram panahnya tampak dalam gambar 3.5 (i) namanya "f", gambar 3.5 (ii) namanya "g", dan gambar 3.5 (iii) namanya "h".

Sekarang muncul pertanyaan, apakah terdapat hubungan antara aturan dan nama suatu fungsi yang diagram panahnya tampak dalam gambar 3.5? Jawabannya adalah sebagai berikut:

(i) Karena fungsi dari himpunan $A = \{10, 12, 15\}$ ke himpunan $B = \{5, 6, 7, 10\}$ yang diagram panahnya tampak dalam gambar 3.5 (i) diberi nama f dan aturan dari fungsi itu adalah "$x \to x - 5$", maka seringkali dikatakan bahwa "fungsi dari himpunan A ke himpunan B memetakan x ke $x - 5$". Pernyataan tersebut biasanya ditulis secara singkat sebagai berikut:

"Fungsi $f: A \to B$ ditentukan oleh $f: x \to x - 5$"

Tulisan atau notasi $f: x \to x - 5$ berarti bahwa fungsi f memetakan x ke $x - 5$, yang berarti pula bahwa $x - 5$ adalah bayangan dari x oleh fungsi f. Selain itu, perlu pula diketahui bahwa bayangan x oleh fungsi f biasanya dinyatakan dengan "f(x)", sehingga diperoleh "$f(x) = x - 5$" yang merupakan rumus untuk fungsi f.

(ii) Dengan keterangan seperti pada (i), fungsi yang diagram panahnya tampak dalam gambar 3.5 (ii) dapat dinyatakan sebagai berikut:

"Fungsi $g: K \to L$ ditentukan oleh $g: x \to 3x$"

Jadi dapat diketahui pula bahwa rumus atau formula untuk fungsi g adalah $g(x) = 3x$.

(iii) Fungsi dari himpunan $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ ke himpunan $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ yang diagram panahnya tampak dalam gambar 3.5 (iii) dapat dinyatakan sebagai berikut:

"Fungsi $h: X \to Y$ ditentukan oleh $h: x \to x^2$"

Jadi dapat dikatakan bahwa rumus untuk fungsi h adalah $h(x) = x^2$

Contoh Soal 6

Sekarang perhatikan fungsi f dari $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ke himpunan $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ yang ditentukan oleh $f: x \to x + 4$.

a. Tulislah rumus untuk fungsi f.

b. Apakah arti dari f(1)?

c. Tentukan bayangan 2 oleh fungsi f.

Pembahasan:

a. Karena fungsi f ditentukan oleh $f: x \to x + 4$, maka rumus fungsi f adalah $f(x) = x + 4$.

b. Yang dimaksud dengan f (1) adalah bayangan atau peta dari 1 oleh fungsi f.

Jika x = 1, maka $f: x \to x + 4$

$f: 1 \to 1 + 4$

$f: 1 \to 5$

$f(1) = 5.$

Karena nilai dari x + 4 untuk x = 1 adalah 5, maka dikatakan bahwa "f(1) adalah nilai fungsi f untuk x =1" atau $f(1) = 1 + 4 = 5$.

c. Untuk x = 2, maka $f: x \to x + 4$

$f: 2 \to 2 + 4$

$f: 2 \to 6$

Berarti bahwa bayangan dari 2 oleh f adalah 6 atau $f(2) = 2 + 4 = 6$.

4. Grafik fungsi

Suatu fungsi dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan berurutan yang digambarkan sebagai titik-titik pada suatu **bidang koordinat Cartesius**, dan hasilnya yaitu titik-titik yang terdapat pada bidang koordinat Cartesius itu disebut grafik dari fungsi tersebut.

Supaya kalian lebih memahami tentang grafik dari suatu fungsi, pelajarilah contoh berikut.

Contoh Soal 7

Misalkan $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $C = \{x \mid x\ bilangan\ cacah\}$, dan fungsi $f: D \to C$ ditentukan oleh $f: x \to x - 1$.

Pembahasan:

Karena daerah asal dari fungsi f adalah $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, maka pada fungsi f:

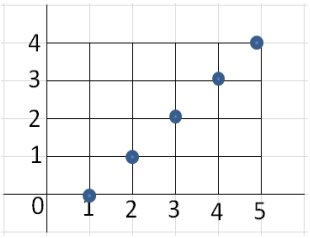
Jika x diganti 1, maka $f: 1 \to 0$, sehingga diperoleh (1, 0).

Jika x diganti 2, maka $f: 2 \to 1$, sehingga diperoleh (2, 1).

Jika x diganti 3, maka $f: 3 \to 2$, sehingga diperoleh (3, 2).

Jika x diganti 4, maka $f: 4 \to 3$, sehingga diperoleh (4, 3).

Jika x diganti 5, maka $f: 5 \to 4$, sehingga diperoleh (5, 4).

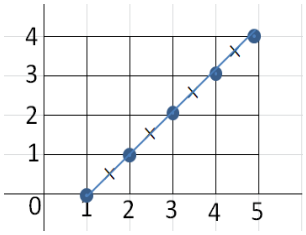


Gambar 3. 6 Grafik Fungsi f: D → C

Jadi diperoleh himpunan pasangan berurutan $\{(1,0),(2,1),(3,2),(4,3),(5,4)\}$ yang menunjukkan fungsi f tersebut dan setiap pasangan berurutan dari himpunan itu merupakan pasangan koordinat dari suatu titik. Dengan menggambar titik-titik $(1,0),(2,1),(3,2),(4,3),dan\ (5,4)$ pada bidang koordinat Cartesius, maka titik-titik yang ditebalkan yang tampak dalam gambar 3.6 merupakan grafik dari fungsi $f: D \to C$ yang ditentukan oleh $f: x \to x - 1$.

Apabila kita tinjau fungsi $f: x \to x - 1$ tersebut di atas dari himpunan bilangan-bilangan positif atau nol (termasuk pecahan) ke himpunan bilangan-bilangan positif atau nol sendiri, maka beberapa pasangan berurutan yang merupakan anggota dari fungsi itu dapat ditunjukan pada daftar berikut ini:

x	1	2	2	3	3	4	4	5
x-1	0	1	1	2	2	3	3	4



Gambar 3. 7 Grafik Fungsi f: x → x – 1

Dengan menggunakan daftar di atas ini, maka kita peroleh sebagian dari grafik fungsi f pada himpunan bilangan-bilangan positif atau nol seperti tampak dalam gambar 3.7 sebagai bulatan yang ditebalkan dan tanda silang. Selanjutnya, jika diselidiki dengan penggaris yang lurus, ternyata tanda bulatan dan diberi tanda silang yang merupakan grafik fungsi f dengan $f: x \to x - 1$ itu terletak pada sebuah garis lurus seperti ditunjukkan dalam gambar 3.7.

Contoh Soal 8

Misalkan $P = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ dan $C = \{x \mid x \; bilangan \; cacah\}$. Suatu fungsi $g: P \to C$ ditentukan oleh $g: x \to x + 3$.

a. Buatlah daftar pasangan berurutan untuk fungsi g, lalu gambarlah grafiknya.

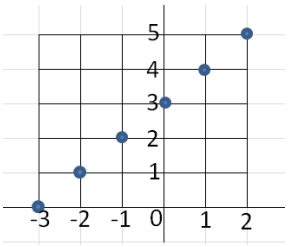
b. Dengan menggunakan penggaris, periksalah apakah titik-titik yang merupakan grafik dari fungsi g tersebut terletak pada satu garis lurus? Apabila terletak pada satu garis lurus, gambarlah garis lurus tersebut.

Pembahasan:

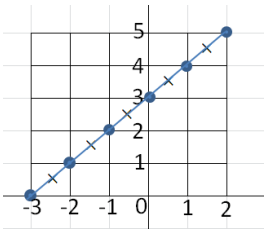
a. Karena $P = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ dan $C = \{x \mid x \; bilangan \; cacah\}$, dan fungsi $g: P \to C$ ditentukan oleh $g: x \to x + 3$, maka daftar pasangan berurutan untuk fungsi g tersebut tampak seperti berikut:

x	-3	-2	-1	0	1	2
x + 3	0	1	2	3	4	5

Dari daftar pasangan berurutan di atas, diperoleh pasangan berurutan $(-3, 0), (-2, 1), (-1, 2), (0, 3), (1, 4)$ dan $(2, 5)$ yang pada diagram cartesius gambarnya adalah titik-titik yang ditebalkan seperti gambar berikut.



b. Jika diperiksa dengan penggaris, ternyata titik-titik yang merupakan grafik dari fungsi g tersebut terletak pada satu garis lurus, dan jika melalui titik-titik itu ditarik garis lurus, maka gambarnya tampak seperti gambar berikut.



Catatan:

Jika grafik dari fungsi $g: x \to x + 3$ merupakan semua titik yang terletak pada garis lurus seperti tampak dalam gambar di atas, maka dikatakan bahwa fungsi g tersebut berdaerah asal himpunan semua bilangan real R dan berdaerah kawan himpunan semua bilangan real R.

Dengan demikian, jika $R = \{x \mid x\ bilangan\ real\}$, maka fungsi $g: R \to R$ yang ditentukan oleh $g: x \to x + 3$ grafiknya merupakan semua titik yang terletak pada sebuah garis lurus yang persamaannya $y = x + 3$.

5. Banyaknya Fungsi yang Mungkin dari Dua Buah Himpunan

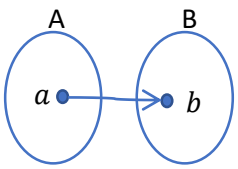
Agar kita dapat menentukan banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B, ada dua hal yang penting yang harus diingat, yaitu:

a. Setiap anggota dari A mempunyai pasangan di B.

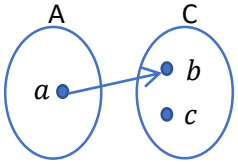
b. Anggota-anggota di A dipasangkan dengan tepat satu anggota di B.

Dengan ketentuan tersebut, dengan mudah kita dapat menentukan banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B.

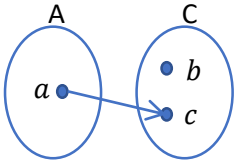
Misalkan $A = \{a\}, B = \{b\}, C = \{b, c\}, \mathrm{D} = \{a, b, c\}$ dengan menggunakan diagram panah gambar semua fungsi yang mungkin.



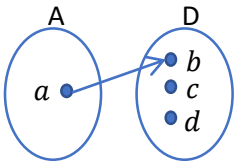
(i)



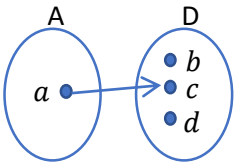
(ii)



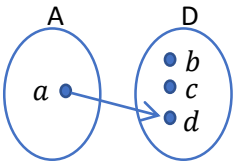
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

- Fungsi yang mungkin dari himpunan $A = \{a\}$ ke himpunan $B = \{b\}$ ada 1 buah, seperti gambar (i).
- Fungsi yang mungkin dari himpunan $A = \{a\}$ ke himpunan $C = \{b, c\}$ ada 2 buah, seperti ditunjukkan pada gambar (ii) dan (iii).
- Fungsi yang mungkin dari himpunan $A = \{a\}$ ke himpunan $\mathrm{D} = \{a, b, c\}$ ada 3 buah, seperti ditunjukkan pada gambar (iv), (v), dan (vi).

Keterangan :

Dengan memperhatikan jawaban pada soal di atas, banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B, apabila banyaknya anggota A adalah 1 atau $n(A) = 1$, sehingga diperoleh:

Banyaknya anggota dari himpunan B adalah k atau $n(B) = k$

Contoh Soal 9

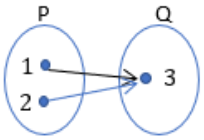
Diketahui himpunan-himpunan $P = \{1,2\}, Q = \{3\}$, dan $R = \{4,5\}$.

a. Gambarlah diagram panah yang menunjukkan semua fungsi yag mungkin:
   - dari himpunan $P = \{1,2\}$ ke himpunan $Q = \{3\}$
   - dari himpunan $P = \{1,2\}$ ke himpunan $R = \{4,5\}$

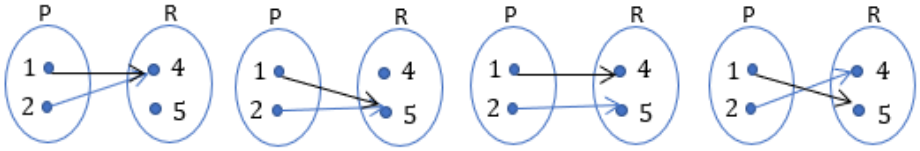
b. Berapakah banyaknya fungsi yang mungkin:
   - dari himpunan $P = \{1,2\}$ ke himpunan $Q = \{3\}$?
   - dari himpunan $P = \{1,2\}$ ke himpunan $R = \{4,5\}$?

Pembahasan:

a. Diagram panah pada gambar (i) menunjukkan fungsi yang mungkin dari himpunan $P = \{1,2\}$ ke himpunan $Q = \{3\}$. Sedangkan gambar (ii), (iii), (iv) dan (v) menunjukkan banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan $P = \{1,2\}$ ke himpunan $R = \{4, 5\}$.



(i)



(ii) (iii) (iv) (v)

b. Dari gambar tampak bahwa:
   - Banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan $P = \{1,2\}$ ke himpunan $Q = \{3\}$ ada 1 buah.
   - Banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan $P = \{1,2\}$ ke himpunan $R = \{4,5\}$ ada 4 buah.

Keterangan

Dari keterangan dan contoh-contoh yang telah dijelaskan di atas, diperoleh:

> **Jika $n(A) = a$ dan $n(B) = b$ dengan a dan b masing-masing merupakan suatu bilangan asli, maka banyaknya fungsi dari A ke B yang dapat dibuat adalah b^a buah.**

Misalnya, jika $A = \{1,2\}$ dan $B = \{a, b, c\}$ maka banyaknya fungsi dari A ke B yang dapat dibuat adalah 3^2 buah atau 9 buah.

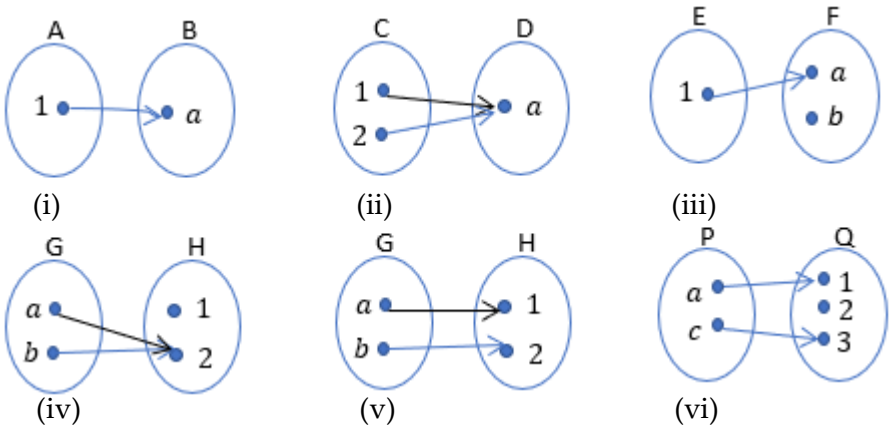
KUIS 2

1. Jika himpunan $A = \{p\}$ dan $B = \{q\}$, gambarlah diagram panah yang menunjukkan semua fungsi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B dan dari himpunan B ke himpunan A.
2. Gambarlah diagram panah yang menunjukkan semua fungsi yang mungkin dari $M = \{1,2\}$ ke himpunan $N = \{a, b, c\}$. Berapakah banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan M ke N?
3. Gambarlah diagram panah yang menunjukkan semua fungsi yang mungkin dari $N = \{a, b, c\}$ ke himpunan $M = \{1,2\}$. Berapakah banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan N ke M?
4. Gambarlah diagram panah yang menunjukkan semua fungsi yang mungkin dari himpunan $S = \{a, b, c\}$ ke himpunan $T = \{1,2,3\}$. Berapakah banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan S ke T?

6. Korespondensi satu-satu

Untuk memahami pengertian tentang "korespondensi satu-satu" atau perkawanan satu-satu, pelajarilah dengan teliti keterangan serta contoh-contoh berikut.

Setiap diagram panah yang tampak dalam gambar di bawah ini merupakan fungsi dari suatu himpunan ke himpunan lainnya.



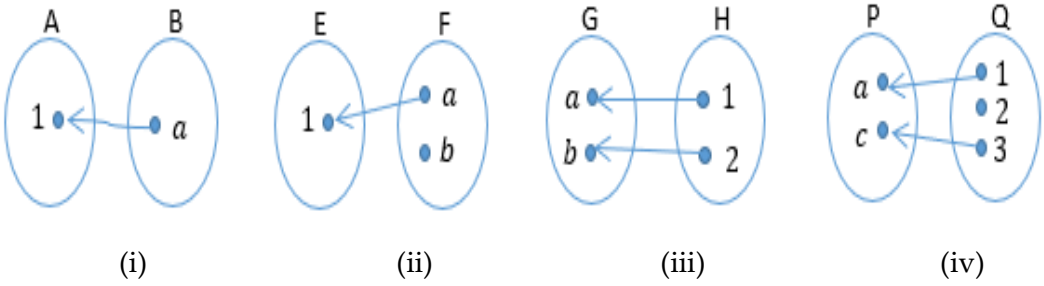
Gambar 3. 8 Diagram Panah Beberapa Fungsi

Karena fungsi mempunyai nama-nama khusus, maka fungsi yang diagram panahnya tampak dalam gambar di atas juga mempunyai nama-nama khusus sebagai berikut:

a. Fungsi yang diagram panahnya tampak seperti dalam gambar (i), (iii), (v), dan (vi) disebut fungsi 1-1 dibaca "fungsi satu-satu".
b. Fungsi yang diagram panahnya tampak seperti dalam gambar (ii) dan (iv) disebut "fungsi banyak satu".

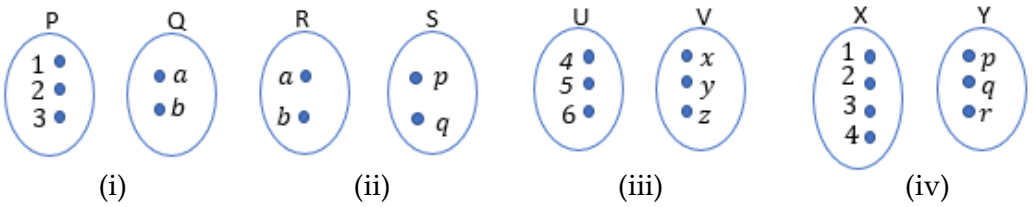
Sekarang kita perhatikan diagram panah yang menunjukkan fungsi 1-1 yang tampak dalam gambar 3.8. Selanjutnya, coba kamu salin keempat diagram panah yang merupakan fungsi 1-1 tersebut pada buku tulismu dengan catatan bahwa tanda panahnya dibalik sedemekian hingga arahnya menjadi ke sebelah kiri. Dari gambar yang kamu peroleh, manakah yang merupakan fungsi 1-1 lagi?

Diskusikan jawabanmu dengan jawaban teman-temanmu, kemudian bandingkan hasilnya dengan keterangan berikut. Jika tanda panah pada fungsi 1-1 yang diagram panahnya tampak dalam gambar 3.8 (i), (iii), (v), dan (vi) arahnya dibalik, maka hasilnya berturut-turut tampak dalam gambar 3.9 (i), (ii), (iii), dan (iv) berikut ini.



Gambar 3. 9 Diagram Panah Fungsi 1 – 1

Dari digram panah yang terdapat dalam gambar di atas, ternyata yang merupakan fungsi 1-1 lagi adalah diagram panah yang tampak dalam gambar (i) dan (iii) sehingga kedua fungsi tersebut diagram panahnya dapat dinyatakan dengan menggunakan ruas garis yang bermata panah di kedua ujungnya. Untuk selanjutnya, dari diagram panah yang tampak dalam (i) dan (iii) tersebut dapat dikatakan bahwa terdapat korespondensi satu-satu antara himpunan $A = \{1\}$ dan himpunan $B = \{a\}$ pada diagram panah (i) dan juga terdapat korespondensi satu-satu antara himpunan $G = \{a, b\}$ dan himpunan $H = \{1, 2\}$ pada diagram panah (iii). Kini perhatikan gambar berikut.



(i) (ii) (iii) (iv)

Gambar 3. 10 Diagram Panah dari Himpunan Pasangan Berurutan

Sekarang perhatikan pasangan himpunan-himpunan yang terdapat dalam gambar di atas. Di antara keempat pasangan himpunan tersebut, manakah yang dapat berkorespondensi satu-satu? Mengapa?

Bandingkan jawaban anda dengan keterangan berikut. Pasangan himpunan yang dapat berkorespondensi satu-satu adalah gambar (ii) yaitu pasangan himpunan $R = \{a, b\}$ dan $S = \{p, q\}$ karena banyaknya anggota himpunan R sama dengan banyaknya anggota S, yaitu 2. Selain itu juga pasangan himpunan yang dapat berkorespondensi satu-satu adalah gambar (iii) yaitu pasangan himpunan $U = \{4, 5, 6\}$ dan $V = \{x, y, z\}$ karena banyaknya aggota dari himpunan $U = \{4, 5, 6\}$ dan $V = \{x, y, z\}$ sama, yaitu 3.

Sedangkan pasangan himpunan yang terdapat dalam gambar (i) dan (iv) tidak dapat berkorespondensi satu-satu, karena banyaknya anggotanya berbeda, yaitu pada gambar (i) banyak anggota $P = \{1, 2, 3\}$ yaitu 3 dan tidak sama dengan banyaknya anggota $Q = \{a, b\}$ yaitu 2, begitu pula untuk himpunan $X = \{1, 2, 3, 4\}$ dan himpunan $Y = \{p, q, r\}$.

Di dalam kehidupan sehari-hari, contoh yang menunjukkan adanya korespondensi satu-satu misalnya:

a. Untuk menonton pertandingan sepakbola setiap penonton harus memiliki satu karcis dan sebaliknya setiap karcis dimiliki oleh satu penonton. Ini berarti bahwa terdapat korespondensi satu-satu antara himpunan penonton dengan himpunan karcis mereka.

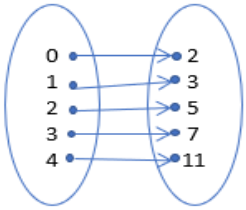
b. Setiap negara memiliki satu lagu kebangsaan, dan sebaliknya setiap lagu kebangsaan dimiliki oleh satu negara. Hal ini memperlihatkan bahwa terdapat korespondensi satu-satu antara himpunan negara dengan himpunan lagu kebangsaan.

Contoh Soal 10

Tunjukkanlah suatu korespondensi satu-satu antara himpunan P = {x | x < 5, x bilangan cacah} dengan himpunan Q = {x | x < 12, x bilangan prima}.

Pembahasan:

Karena $P = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ dan $Q = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ maka salah satu korespondensi satu-satu antara himpunan P dan himpunan Q dapat dinyatakan oleh diagram panah yang tampak dalam gambar di bawah ini.



$$\begin{array}{ccccccccc} P & : & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \downarrow & \square & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Q & : & 2 & 3 & 5 & 7 & 11 \end{array}$$

Hal yang harus diperhatikan dalam korespondensi satu-satu:

1. **Jika himpunan *A* dan *B* terhingga, dan *A* dengan *B* dapat berkorespondensi satu-satu, maka *A* dan *B* beranggota sama banyak.**
2. **Jika himpunan *A* dan *B* beranggota sama banyak, maka antara himpunan *A* dengan *B* terdapat korespondensi satu-satu.**

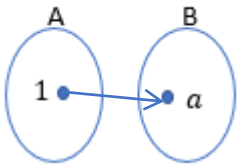
Contoh Soal 11

1. Berapakah banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan:
   a. $A = \{1\}$ dengan himpunan $B = \{a\}$? Tunjukkanlah dengan diagram panah.
   b. $A = \{1,2\}$ dengan himpunan $B = \{a, b\}$? Tunjukkanlah dengan diagram panah.
   c. $A = \{1,2,3\}$ dengan himpunan $B = \{a, b, c\}$? Tunjukkanlah dengan diagram panah.
2. Dengan memperhatikan pola jawaban pada Soal 1, apakah kamu dapat menentukan banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan A dengan himpunan B, jika $n(A) = n(B) = 4$?

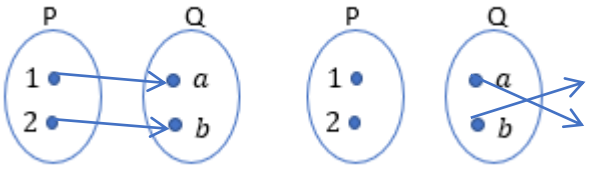
Pembahasan:

1. Banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin:

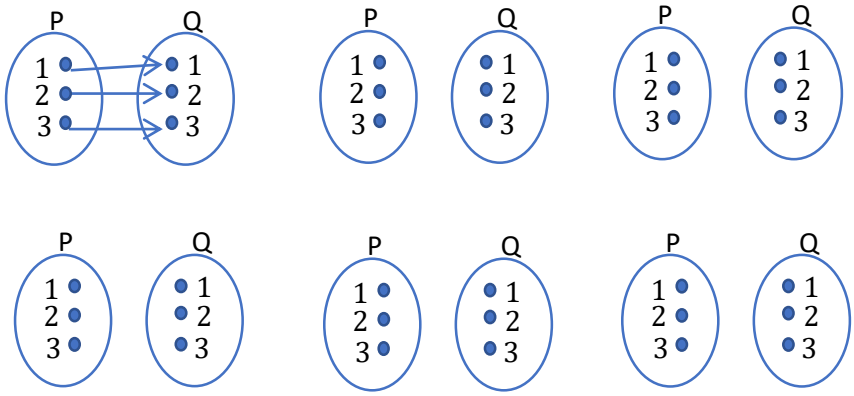
a. antara himpunan $A = \{1\}$ dengan himpunan $B = \{a\}$ ada 1 buah yang diagram panahnya tampak dalam gambar berikut.



b. antara himpunan $A = \{1,2\}$ dengan himpunan $B = \{a, b\}$ ada 2 buah yang diagram panahnya tampak dalam gambar berikut.



c. antara himpunan $A = \{1, 2, 3\}$ dengan himpunan $B = \{a, b, c\}$ ada 6 buah yang diagram panahnya tampak dalam gambar berikut.



2. Untuk menentukan banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan A dengan himpunan B, jika $n(A) = n(B) = 4$ dengan menggunakan pola jawaban untuk soal 1, sebagai berikut:

(i) Jika $n(A) = n(B) = 1$, maka banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan A dengan himpunan B ada 1 buah.

(ii) Jika $n(A) = n(B) = 2$, maka banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan A dengan himpunan B ada $1 \times 2 = 2$ buah.

(iii) Jika $n(A) = n(B) = 3$, maka banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan A dengan himpunan B ada $1 \times 2 \times 3 = 6$ buah.

Dengan memperhatikan pola jawaban di atas, dapat diduga bahwa jika $n(A) = n(B) = 4$, maka banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan A dengan himpunan B ada $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ buah.

Dari keterangan dan contoh di atas, dapat diduga pula bahwa Jika $n(A) = n(B) = 5$, maka banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan A dengan himpunan B ada $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ buah.

Jika $n(A) = n(B) = k$, maka banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan A dengan himpunan B tersebut adalah $1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times (k-1) \times k$ buah

7. Menentukan Rumus Sebuah Fungsi

Sebuah fungsi dapat kita temukan rumusnya apabila ada nilai atau data yang diketahui. Kemudian dengan menggunakan aljabar, dapat dengan mudah menemukan rumus dari fungsi tersebut. Untuk lebih jelasnya mari simak contoh berikut.

Contoh Soal 12

Fungsi g yang berlaku pada himpunan bilangan riil ditentukan oleh rumus g(x) = ax + b dengan a dan b adalah bilangan bulat. Jika g(-2) = -4 dan g(1) = 5. Tentukan:

a. nilai dari a dan b
b. rumus fungsi
c. g (-3)

Pembahasan:

a. Untuk mencari nila a dan b kita buat persamaan dulu dari himpunan pasangan berurutan yang diketahui.

g(-2) = - 4 g(1) = 5

-2a + b = - 4 a + b = 5 …. (2)

b = 2a – 4 …. (1)

Substitusikan persamaan (1) ke persamaan (2).

a + b = 5

a + (2a – 4) = 5

3a – 4 = 5

3a = 9

a = 3

Substitusikan nilai a = 3 pada persamaan (1).

b = 2a – 4

b = 2(3) – 4

b = 6 – 4

b = 2

Jadi, nilai a = 3 dan b = 2.

b. Diketahui rumus fungsi g(x) = ax + b sehingga diperoleh g(x) = 3x + 2.

c. g(x) = 3x + 2

g(-3) = 3(-3) + 2

g(-3) = -9 + 2

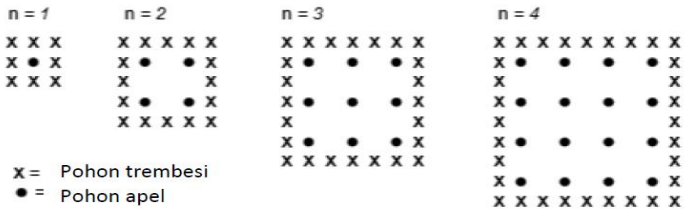
g(-3) = -7

KUIS 3

1. Di antara pasangan himpunan-himpunan berikut ini, manakah yang dapat berkorespondensi satu-satu?
   a. $X = \{a, b, c, d, e\}$ dengan $Y = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
   b. $P = \{x | x \text{ nama hari dalam seminggu}\}$ dengan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
   c. $R = \{a, b, c\}$ dengan $S = \{b, c, a\}$
   d. $A = \{x | x < 5, x \text{ bilangan asli}\}$ dan $B = \{x | x \text{ nama titik sudut pada persegi } ABCD\}$
2. Satu pensil harganya Rp. 400,- dua pensil harganya Rp. 800,- tiga pensil harganya Rp. 1.200,- dan seterusnya.
   a. Himpunan-himpunan manakah yang terdapat pada korespondensi satu-satu di atas?
   b. Berapakah harga 8 buah pensil?
   c. Berapa pensil yang dapat diperoleh, bila kita harus membayar sebesar Rp. 6.000,-?
3. Dengan berapa carakah kita dapat mengadakan korespondensi satu-satu antara dua buah himpunan berikut? Jelaskan jawaban Anda dengan menggunakan diagram panah.
   a. $P = \{p\}$ dengan $Q = \{q\}$
   b. $X = \{10, 20\}$ dengan $Y = \{100, 200\}$
   c. $R = \{*, \Delta, \blacksquare\}$ dengan $S = \{\otimes, \otimes, -\}$
4. Apakah antara himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$ terdapat korespondensi satu-satu? Mengapa?

E. POSTES

1. Pak Dadan mempunyai tiga orang anak, bernama Taufik, Faizal, dan Rizal. Pak Sugandar mempunyai dua orang anak, bernama Sari dan Taufan. Sedangkan pak Saeful mempunyai seorang anak bernama Iqbal. Buatlah diagram panah, himpunan pasangan berurutan, dan diagram kartesius relasi "ayah dari" dari himpunan ayah ke himpunan anak.
2. Seorang Petani menanam pohon apel dengan pola persegi dan untuk melindungi pohon-pohon tersebut dari angin, dia juga menanam pohon trembesi di sekitar kebun. Berikut ini merupakan gambar dari pola pohon apel dan pohon trembesi untuk setiap (n) baris pohon apel



Gambar 4. Pola Pohon Apel dan Trembesi
(Sumber: OECD, 2006: 11)

Lengkapilah tabel di bawah ini.

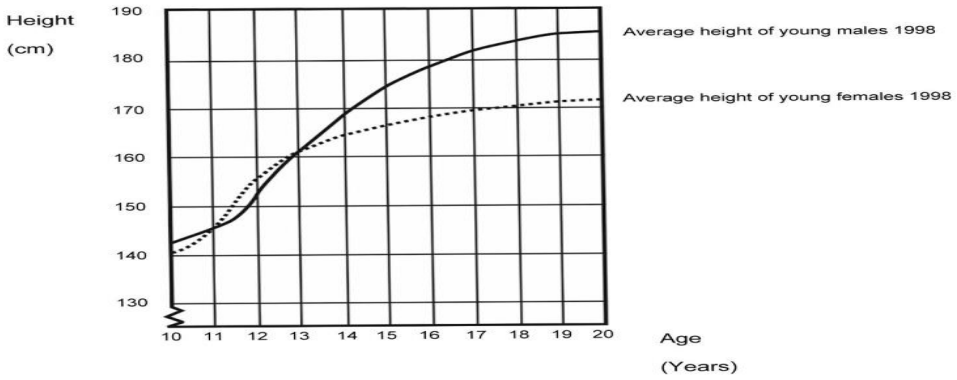
N	Banyak Pohon Apel	Banyaknya Pohon Trembesi
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Jika n menyatakan banyaknya baris pohon apel dan $h(n)$ menyatakan banyaknya pohon trembesi, maka tentukan $h(n)$.

3. Satu pensil harganya Rp. 3.000,-, dua pensil harganya Rp. 6.000,-, tiga pensil harganya Rp. 9.000,- dan seterusnya. Bila kita harus membayar sebesar Rp. 27.000,-, tentukan banyak pensil yang diperoleh.
   a. Buat model matematis dari masalah di atas.
   b. Sajikan masalah di atas dalam bentuk diagram panah, diagram kartesius, atau himpunan pasangan berurutan.

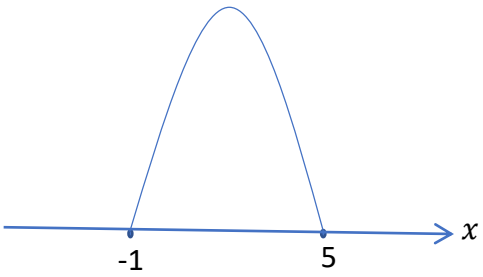
c. Selesaikanlah masalah di atas.

4. Apakah antara himpunan $P = \{x | x \text{ nama hari dalam seminggu}\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ terdapat korespondensi satu-satu? Mengapa? Jelaskan jawabanmu dengan menggambar diagram panah dari kedua himpunan itu.
5. Pada tahun 1998 rata-rata tinggi remaja putra dan remaja putri di Belanda disajikan pada grafik berikut.



Sejak tahun 1980 rata-rata tinggi badan remaja putri usia 20 tahun mengalami kenaikan sebesar 2,3 cm menuju tinggi badan 170,6 cm. Berapakah rata-rata tinggi badan remaja putri yang berusia 20 tahun tersebut? Dan pada periode yang manakah yang menunjukkan remaja putri lebih tinggi dari remaja putra pada usia yang sama?

6. Perhatikan gambar berikut.



Tentukan Koordinat titik balik fungsi $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ berdasarkan garis di atas.

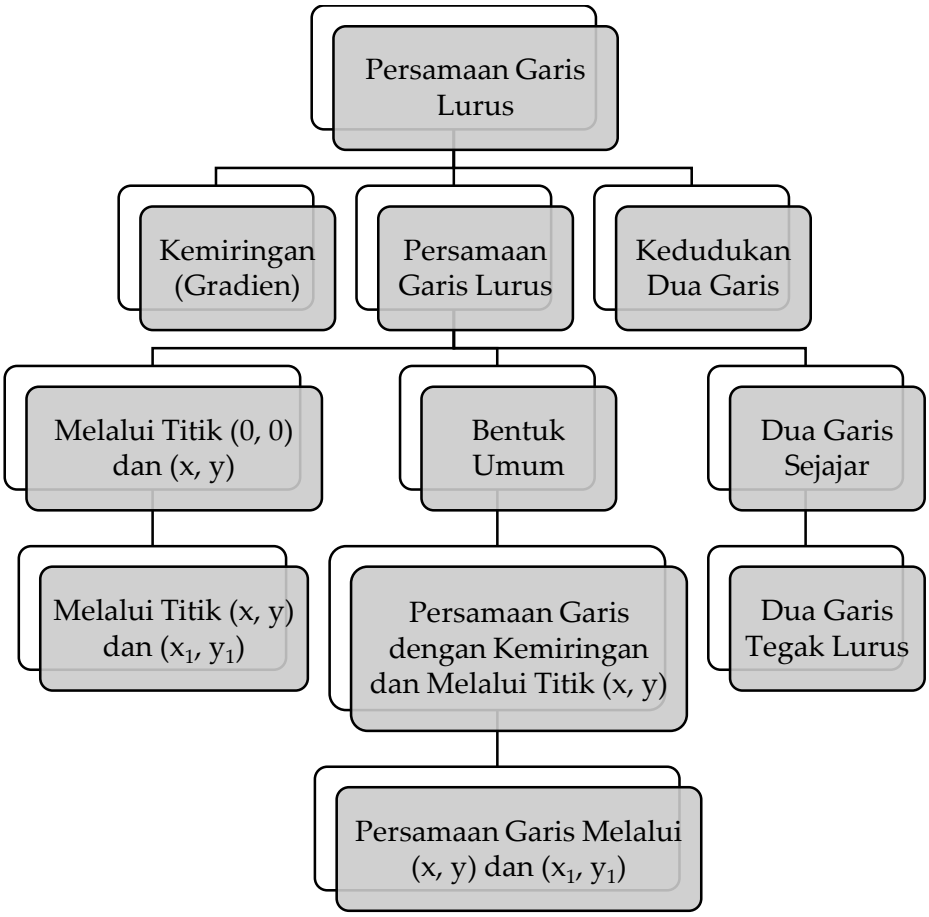
BAB 4 PERSAMAAN GARIS LURUS

A. KOMPETENSI DASAR

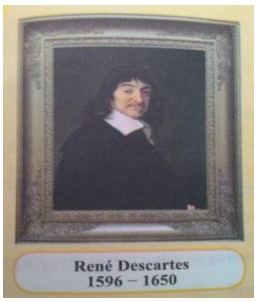
3.4 Menganalisis fungsi linear (sebagai persamaan garis lurus) dan menginterpretasikan grafiknya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual.

4.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi linear sebagai persamaan garis lurus.

B. PETA KONSEP



C. SEJARAH



Gambar 4. 1 Rene Descartes

Rene Descartes sangat menonjol pada zaman Revolusi Ilmiah padanya masanya. Dalam bidang matematika ia menemukan kemiringan atau yang sering kita sebut dengan gradien. Kemiringan menentukan posisi suatu garis terhadap koordinat X dan koordinat Y. Perhitungan matematika ini adalah salah satu materi dari geometri analitik dengan bantuan aljabar.

Beliau adalah bapak geometri analitik serta seorang matematikawan Perancis, fisikawan, filsafat dan teolog. Banyak ahli yang mengakui beliau sebagai orang yang menemukan rumus kemiringan (Gradien). Beliau dikatakan telah memberikan sebuah metode untuk memecahkan masalah garis dan kemiringan dalam masalah aljabar geometri. Rumus kemiringan dasar (gradien) adalah $y = mx + c$, sementara rumus kemiringan adalah $m = (y_2-y_1)/(x_2-x_1)$. Beliau adalah orang pertama yang memperkenalkan penyelesaian untuk kemiringan (gradien) dan persamaan linear. Meskipun tidak banyak tulisan yang menunjukkan secara langsung, bahwa beliau sebagai penemu rumus kemiringan (gradien), banyak matematikawan mengatakan bahwa rumus kemiringan (gradien) adalah milik Rene Descartes.

D. MATERI

1. Kemiringan Garis

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Menentukan gradien suatu garis.

b. Menentukan gradien jika diketahui dua titik.

c. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan gradien.

Masalah Kontekstual

Pernahkah kalian mengamati tangga-tangga gedung di sekitar kalian? Bagaimana kalian menentukan kemiringan dari tangga sebuah gedung?



Gambar 4. 2 Masalah kontekstual Kemiringan

Kemiringan inilah yang menjadi salah satu pengenal atau ciri khas dari suatu garis lurus, sehingga kalian bisa membedakan antara garis satu dengan yang lainnya.



Kemiringan garis disebut juga dengan gradien garis. Gradien suatu garis dapat ditentukan dengan membagi perubahan vertikal garis tersebut dengan perubahan horizontalnya. Gradien suatu garis, disimbolkan dengan m.

$$m = \frac{Perubahan\ Vertikal}{Perubahan\ Horizontal} = \frac{y}{x}$$

a. Gradien yang melalui titik (0, 0) dan (x_1, y_1)

Contoh Soal 1

Diketahui sebuah titik A(-2, 5) berapakah gradien garis tersebut?

Pembahasan:

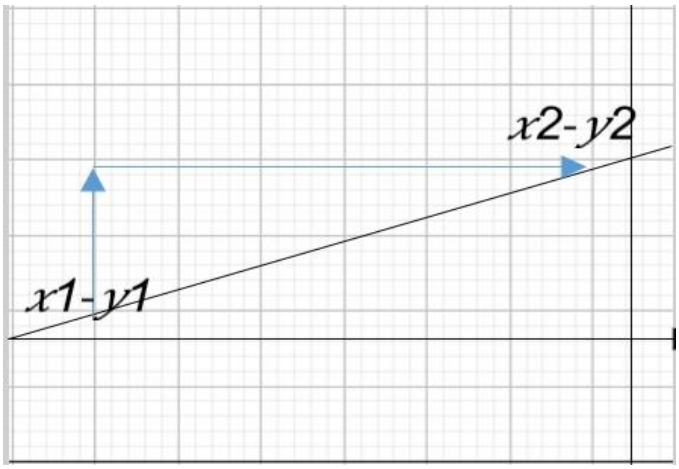
Dari titik (-2, 5) kita peroleh $x = -2$ dan $y = 5$, maka berdasarkan definisi gradien sebelumnya diperoleh:

$$m = \frac{y}{x} = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}$$

Jadi, gradien garis yang melalui titik A(-2, 5) adalah $-\frac{5}{2}$.

b. Gradien yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)

Mari kita amati grafik berikut.



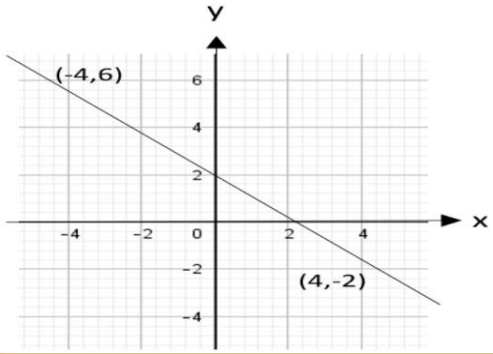
Gambar 4. 3 Grafik Kemiringan Garis

Gradien yang melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah:

$$\boldsymbol{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}} \textbf{ atau } \boldsymbol{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}}$$

Contoh Soal 2

1. Perhatikkan gambar di bawah ini, berapakah gradien garis pada grafik tersebut?



Pembahasan:

Kita tentukan terlebih dahulu titik $(x_1,\ y_1)$ dan $(x_2,\ y_2)$.

Untuk (-4, 6), maka $x_1 = -4$ dan $y_1 = 6$.

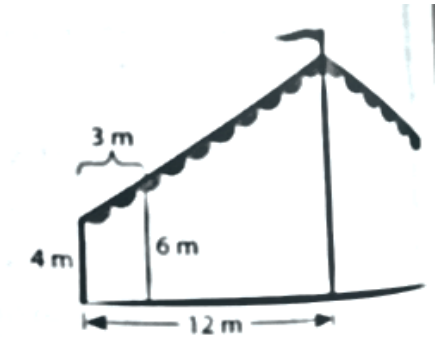
Untuk (4,-2), maka $x_2 = 4$ dan $y_2 = -2$.

Substitusikan titik $(x_1,\ y_1)$ dan $(x_2,\ y_2)$ pada rumus gradien.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 6}{4 - (-4)} = \frac{-8}{8} = -1$$

Jadi, gradien garis tersebut adalah -1.

2. Perhatikan gambar tenda berikut.

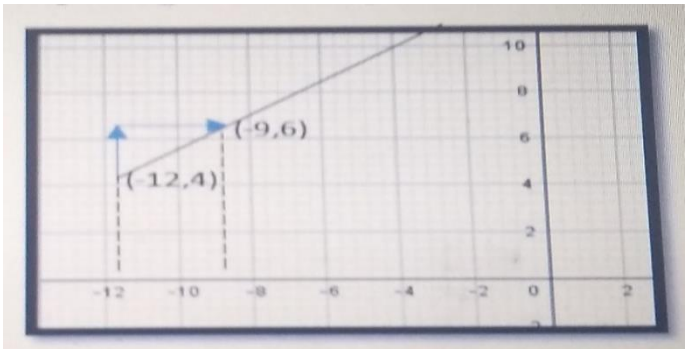


a. Berapakah gradien garis di sepanjang atap tenda?

b. Berapakah ketinggian tiang tengah tenda?

Pembahasan:

Kita gambarkan tenda tersebut dalam bentuk garis di mana permukaan tanah sebagai sumbu x dan tiang tengah sebagai sumbu y.



a. Kita perlu bergerak ke atas 2 satuan dan ke kanan 3 satuan sehingga diperoleh gradien garisnya adalah:

$$\text{m} = \frac{\text{perubahan vertikal}}{\text{perubahan horizontal}} = \frac{2}{3}$$

b. Gunakan perbandingan dengan gradien sebelumnya, sehingga diperoleh:

$\frac{x}{12} = \frac{2}{3}$ (Perbandingan senilai)

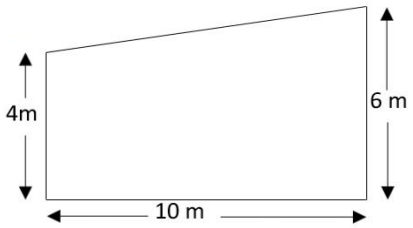
$\left(\frac{x}{12}\right) \times 12 = \left(\frac{2}{3}\right) \times 12$ (Kalikan kedua ruas dengan 12)

$x = 8$

Nilai 8 maksudnya geser titik ke atas sejauh 8 satuan. Pada posisi awal titik terletak 4 satuan di sumbu x, dengan demikian panjang tiang tengah tenda adalah 12 meter.

KUIS 1

1. Rangka sebuah gedung beserta ukurannya ditunjukkan oleh gambar di bawah ini. Gradien atap gedung tersebut adalah ....



A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{1}{10}$

2. Persamaan berikut yang termasuk persamaan garis lurus adalah ....

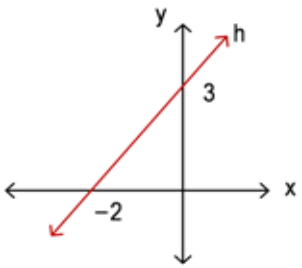
A. $2y + x^2 - 10 = 0$

B. $4x - 2x - 2 = 0$

C. $x^2 = 5y + 2$

D. $2y + 4x = 0$

3. Gradien garis h pada gambar di bawah adalah ….



A. $-\frac{3}{2}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

4. Sebuah garis lurus melalui titik (2,1) dan (4,2). Gradien dari garis tersebut adalah ….

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

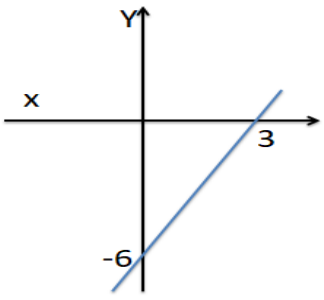
5. Gradien garis yang melalui titik (1, 2) dan titik (3, 4) adalah ....

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. -1



6. Gradien garis yang melalui titik P(4, -2) dan Q(3, -5) adalah ....

A. -2

B. -3

C. 2

D. 3

7. Gradien pada gambar di bawah ini adalah ....

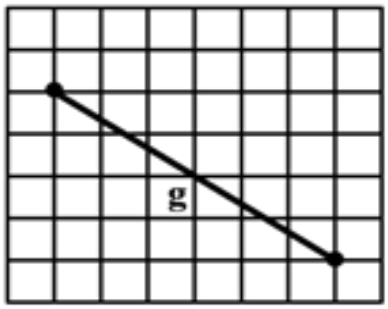
A. -2

B. 2

C. -1

D. 1

8. Perhatikan gambar!



Gradien garis g adalah ....

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $-\frac{2}{3}$

D. $-\frac{3}{2}$

9. Gradien garis dengan persamaan $2x + 4y + 4 = 0$ adalah ....

A. -2

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

10. Suatu garis melalui titik (-2, 5) dan titik(4, -1), gradien garis tersebut adalah ....

A. -3

B. -1

C. 1

D. 3

2. Persamaan Garis Lurus

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Menentukan persamaan garis jika diketahui gradien dan perpotongan dengan sumbu-y.

b. Menentukan persamaan garis jika diketahui gradien dan koordinat satu titik.

c. Menentukan persamaan garis jika diketahui koordinat dua titik.

Masalah Kontekstual

Pada hari minggu Anisa dan Dina pergi ke suatu tempat menggunakan sepeda. Waktu dan jarak yang mereka tempuh seperti pada tabel berikut:

Waktu (Menit)	Jarak Tempuh (meter)
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17
...	...

Menurut kamu apakah informasi di atas dapat dibuat menjadi sebuah persamaan garis lurus?



a. Bentuk Umum Persamaan Garis Lurus

Dari masalah kontekstual di atas, diketahui bahwa fungsi f merupakan relasi dari waktu ke jarak tempuh seperti tabel di bawah ini.

Waktu (Menit)	Jarak Tempuh (meter)
1	5 = (3 x 1)+ 2
2	8 = (3 x 2) + 2
3	11 = (3 x 3) + 2
4	14 = (3 x 4) + 2
5	17 = (3 x 5) + 2
...	...
x	f(x) = (3 × x) + 2 atau $y = 3x + 2$

Bentuk umum persamaan garis lurus adalah ax + by = 0

b. Persamaan Garis dengan Gradien dan Titik Potong Sumbu-y

Jika persamaan garis lurus ditulis ke dalam bentuk $y = mx + c$ maka grafiknya merupakan garis lurus dengan gradien m dan memotong sumbu-y di (0, c).

Contoh Soal 3

Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik (0, -2) dan m = $\frac{3}{4}$.

Pembahasan:

$$y = mx + c$$
$$y = \frac{3}{4}x + (-2)$$
$$4y = 3x - 8$$
$$-3x + 4y + 8 = 0$$

Jadi, persamaan garis lurus adalah $-3x + 4y + 8 = 0$.

c. Persamaan Garis yang Melalui Satu Titik dan Gradien m

Persamaan garis melalui titik(x, y) dan garis bergradien m adalah:

$$\boldsymbol{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

Contoh Soal 4

Tentukan persamaan garis dengan gradien -3 dan melalui titik (1, 4).

Pembahasan:

Titik (1, 4), sehingga $x_1 = 1$ dan $y_1 = 4$. Dengan gradien $m = -3$, maka persamaan garis tersebut adalah:

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 4 = -3(x - 1)$

$y - 4 = -3x + 3$

$y = -3x + 3 + 4$

$y = -3x + 7$

Jadi, persamaan garis yang memenuhi adalah $y = -3x + 7$.

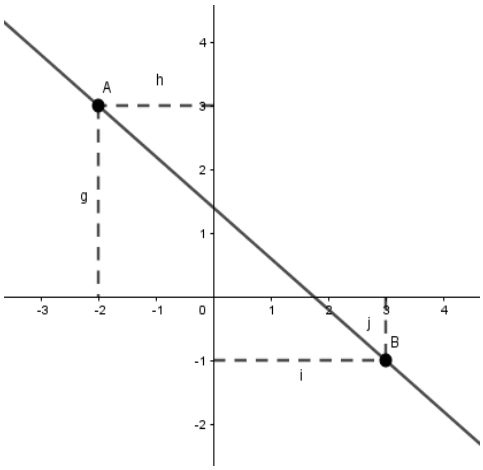
d. Persamaan garis yang melalui dua titik

Persamaan garis dengan garis bergradien m dan melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah:

$$\boxed{\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}}$$

Contoh Soal 5

Tentukan persamaan garis pada gambar berikut.



Pembahasan:

Dari grafik tersebut kita peroleh titik A(-2, 3) dan B(3, -1), maka persamaan garis pada grafik tersebut adalah:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 3}{-1 - 3} = \frac{x - (-2)}{3 - (-2)}$$

$$\frac{y - 3}{-4} = \frac{x - (-2)}{5}$$

$$5(y - 3) = -4(x + 2)$$

$$5y - 15 = -4x - 8$$

$$4x - 5y = 7$$

Jadi, persamaan garis tersebut adalah $4x - 5y = 7$.

KUIS 2

1. Persamaan garis yang melalui titik (0, 4) dan gradien -2 adalah ....

   A. $y = -2x + 4$

   B. $y = -2x - 4$

   C. $y - 2x + 4 = 0$

   D. $y - 2x - 4 = 0$

2. Persamaan garis yang melalui titik (0, -5) dan gradien $-\frac{5}{8}$ adalah ....

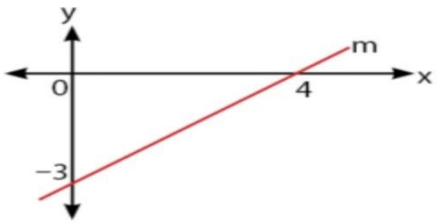
   A. $y = -\frac{5}{8}x - 5$

   B. $y = \frac{5}{8}x - 5$

   C. $y = -\frac{5}{8}x + 5$

   D. $y = \frac{5}{8}x + 5$

3. Perhatikan gambar di bawah ini.



   Persamaan garis m adalah ….

   A. 4y – 3x – 12 = 0

   B. 4y – 3x + 12 = 0

   C. 4y + 3x – 12 = 0

   D. 4y + 3x + 12 = 0

4. Persamaan garis yang melalui titik (-5, 4) dan (7, -3) adalah ....

   A. 7x – 12y = 9

   B. 7x – 12y = 13

   C. 7x + 12y = 9

   D. 7x + 12y = 13

5. Persamaan garis yang melalui titik (1, 2) dan titik (3, 4) adalah ....

   A. $y = -x + 1$

   B. $y = 2x - 1$

   C. $y = -2x - 1$

   D. $y = x + 1$

6. Persamaan garis yang bergradien 2 dan melalui titik (0, 3) adalah ....

A. $y = 3x + 2$

B. $y = 2x + 3$

C. $y + 2x = 3$

D. $y + 3x = 2$

7. Persamaan garis yang melalui titik (-2, 4) dan (6, 3) adalah ....

   A. $x + 8y + 30 = 0$

   B. $x + 8y - 30 = 0$

   C. $x - 8y + 30 = 0$

   D. $x - 8y - 30 = 0$

8. Persamaan garis yang melalui titik (3, -5) dan bergradien -4 adalah ....

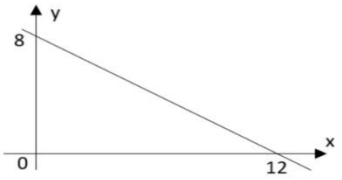
   A. $4x - y - 7 = 0$

   B. $4x - y + 7 = 0$

   C. $4x + y - 7 = 0$

   D. $4x + y + 7 = 0$

9. Perhatikan gambar berikut.



   Persamaan garis yang ditunjukkan pada gambar di atas adalah ….

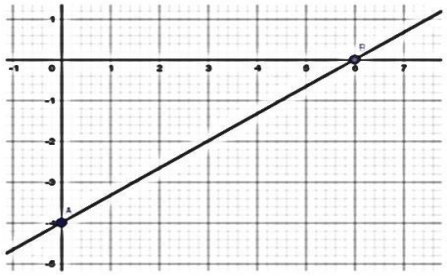
   A. $8x + 12y = 75$

   B. $y = -\frac{2}{3}x + 4$

   C. $8x - 12y = 75$

   D. $y = -\frac{2}{3}x + 8$

10. Garis pada gambar di bawah ini memiliki persamaan $y = mx + c$.



   Nilai dari $6m - c$ adalah ....

A. 8

B. 6

C. 4

D. 2

3. Menggambar Grafik Persamaan Garis Lurus pada Bidang Kartesius

Contoh Soal 6

Gambarlah grafik persamaan garis lurus y = 2x – 4 pada bidang koordinat kartesius.

Pembahasan:

Syarat berpotongan dengan sumbu x adalah y = 0, sehingga diperoleh:

y = 2x – 4

0 = 2x – 4

2x = 4

x = 2

Jadi titik potong dengan sumbu x adalah (2, 0).

Syarat berpotongan dengan sumbu-y adalah x = 0, sehingga diperoleh:

y = 2x – 4

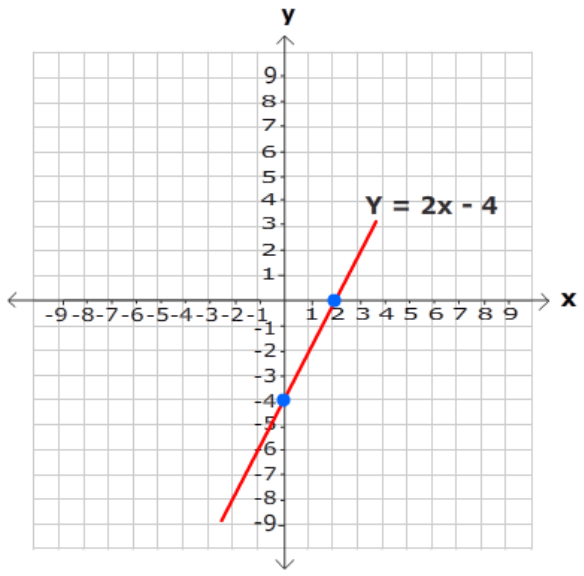
y = 2(0) – 4

y = 0 – 4

y = -4

Jadi, titik potong dengan sumbu x adalah (0, -4).

Sehingga diperoleh grafik persamaan garis lurus y = 2x – 4 adalah sebagai berikut:



Dari simulasi tersebut dapat kita simpulkan bahwa langkah menggambar grafik persamaan garis lurus adalah sebagai berikut:

a. Menentukan titik potong dengan sumbu x, berarti nilai y = 0.

b. Letakkan titik tersebut pada bidang koordinat cartesius.

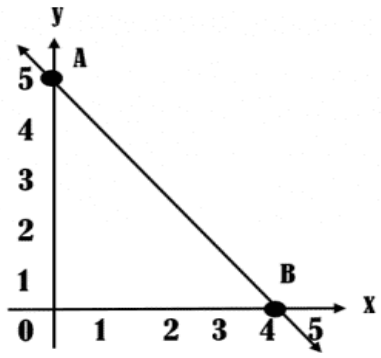
c. Menentukan titik potong dengan sumbu y, berarti nilai x = 0.

d. Letakkan titik tersebut pada bidang koordinat cartesius.

e. Hubungkan kedua titik tersebut, maka didapat grafik persamaan garis lurus.

Contoh Soal 7

Perhatikan grafik di bawah ini.



Tentukan persamaan garis yang melalui titik A dan B.

Pembahasan:

Persamaan garis yang melalui A(0, 5) dan B(4, 0) adalah:

$$\frac{y-y_A}{y_B-y_A} = \frac{x-x_A}{x_B-x_A}$$

$$\frac{y-5}{0-5} = \frac{x-0}{4-0}$$

$$\frac{y-5}{-5} = \frac{x}{4}$$

$$4y - 20 = -5x$$

$$5x + 4y - 20 = 0$$

Jadi, persamaan garis yang melalui titik A dan B adalah $5x + 4y - 20 = 0$.

4. Kedudukan Dua Garis

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Menemukan hubungan gradien dengan garis-garis sejajar.

b. Menemukan hubungan kemiringan dengan garis-garis yang tegak lurus.

Masalah Kontekstual

Coba perhatikan kerangka yang ada di jembatan tersebut, ternyata membentuk garis yang sejajar.



Gambar 4. 4 Jembatan

Lantas bagaimana menentukkan kemiringan garis yang sejajar? Untuk mengetahuinya, mari kita pelajari materi berikut



Sifat dua garis yang sejajar atau yang tegak lurus:

1. Dua garis yang sejajar memiliki gradien yang sama.
2. Hasil kali gradien dua garis yang saling tegak lurus sama dengan -1.

Contoh Soal 8

1. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (-3, 2) dan sejajar 2x + 3y = 6.

   Pembahasan:

   Dari persamaan garis tersebut maka diperoleh:

   $2x + 3y = 6$

   $3y = -2x + 6$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

Dengan demikian, $m_1 = -\frac{2}{3}$

Karena garis yang sejajar memiliki gradien yang sama, maka:

$m_2 = m_1$

$m_2 = -\frac{2}{3}$

Gradien tersebut substitusikan ke rumus persamaan garis, maka diperoleh:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -\frac{2}{3}(x - (-3))$$

$$y = -\frac{2}{3}x - 2 + 2$$

$$y = -\frac{2}{3}x$$

$3y = -2x$ atau $2x + 3y = 0$

Jadi, persamaan garis yang sejajar garis 2x + 3y = 6 adalah $2x + 3y = 0$.

2. Tentukan persamaan garis yang tegak lurus dengan garis $3x - 4y = 5$ dan melalui titik (12, -12).

Pembahasan:

Terlebih dahulu cari gradien dari persamaan garis tersebut, maka:

$3x - 4y = 5$

$-4y = -3x + 5$

$y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$

$m_2 = \frac{3}{4}$

Karena saling tegak lurus, maka hasil kali gradien dua garis yang saling tegak lurus sama dengan -1 adalah:

$m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 \cdot \frac{3}{4} = -1$

$m_1 = -1 \cdot \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$

Lalu cari persamaan garis yang tegak lurus melalui titik (12, -12).

$$y - y_1 = \mathrm{m}(\mathrm{x} - x_1)$$

$$y - (-12) = -\frac{4}{3}(\mathrm{x} - 12)$$

$$y + 12 = -\frac{4}{3}x + 16$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 4$$

Jadi, diperoleh persamaan garis yang tegak lurus adalah:

$y = -\frac{4}{3}x + 4$ atau $4x + 3y = 12$.

KUIS 3

1. Persamaan garis yang melalui titik (3, 6) dan sejajar dengan garis $2y + 2x = 3$ adalah ....

   A. $y = -x + 9$

   B. $y = x - 9$

   C. $y = -x - 9$

   D. $y = x + 9$

2. Persamaan garis yang melalui titik (4, 3) dan tegak lurus dengan garis $4y - 6x + 10 = 0$ adalah ....

   A. $2y + 3x = 6$

   B. $-2y + 3x = 6$

   C. $2y + 3x = -6$

   D. $2y - 3x = -6$

3. Persamaan garis yang melalui titik (-8, -1) dan sejajar 3x – 4y = 20 adalah ....

   A. $y = -\frac{3}{4}x + 5$

   B. $y = \frac{3}{4}x + 5$

   C. $y = -\frac{3}{4}x - 7$

   D. $y = \frac{3}{4}x - 7$

4. Garis yang melalui titik (-2, 5) dan sejajar persamaan 2x + 3y + 6 = 0 adalah ....

   A. $3y - 2x - 11 = 0$

   B. $-3y - 2x + 11 = 0$

   C. $3y + 2x - 11 = 0$

   D. $3y - 2x + 11 = 0$

5. Persamaan garis yang tegak lurus dengan garis $x - y + 3 = 0$ dan melalui titik (5, 1) adalah ....

   A. $y = x - 4$

   B. $y = x + 4$

   C. $y = -x - 4$

   D. $y = -x + 4$

6. Persamaan garis yang melalui titik (5, -3) dan sejajar dengan garis yang mempunyai gradien $\frac{1}{3}$ adalah ….

   A. $3y + x = 14$

   B. $3y + x = -14$

   C. $3y - x = 14$

   D. $3y - x = -14$

7. Persamaan garis yang melalui titik (4, 6) dan sejajar dengan garis yang melalui titik (3, 4) dan titik (5, 1) adalah ....

   A. $2y + 3x = -24$

   B. $2y - 3x = 24$

   C. $2y + 3x = 24$

   D. $2y - 3x = -24$

8. Persamaan garis yang melalui titik (0, 6) dan sejajar dengan garis yang melalui titik (-4, 5) dan titik (-3, 3) adalah ….

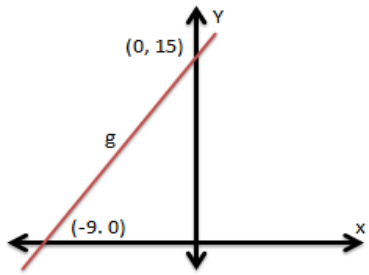
   A. $2x + y - 6 = 0$

   B. $2x - y - 6 = 0$

   C. $2x - y + 6 = 0$

   D. $2x + y + 6 = 0$

9. Perhatikan garis g pada gambar di bawah. Garis k tegak lurus garis g dan saling berpotongan di titik (0, 15). Koordinat potong garis k dengan sumbu-x adalah....



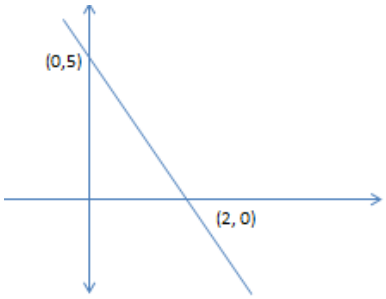
   A. (18, 0)

   B. (22, 0)

   C. (25, 0)

   D. (29, 0)

10. Perhatikan gambar di bawah ini.



Persamaan garis pada gambar di atas yang sejajar dengan titik (2, 3) adalah ....

A. $2y - 5x = -16$

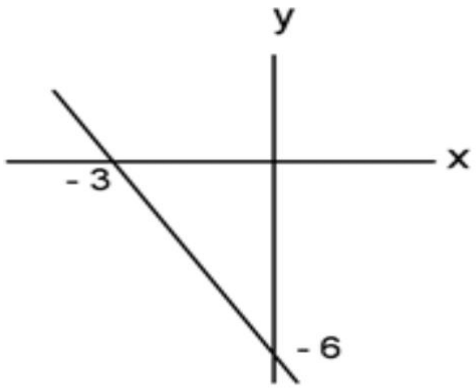
B. $2y - 5x = 16$

C. $2y + 5x = -16$

D. $2y + 5x = 16$

E. POSTES

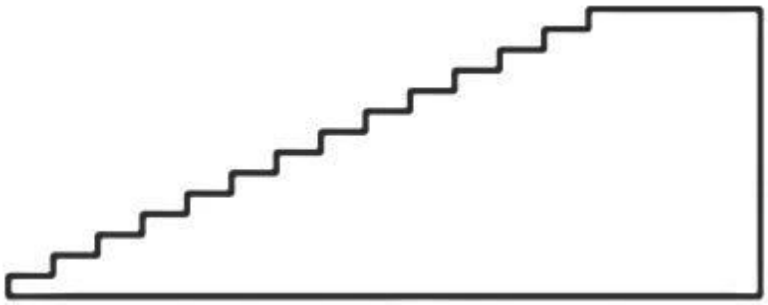
1. Tentukan persamaan garis pada gambar berikut.



2. Sebuah titik P(3, d) terletak pada garis yang melalui titik Q(-2, 10) dan R(1, 1). Tentukan nilai d.

3. Staircase/ Tangga Rumah

   Gambar berikut tentang tangga di rumah dengan 14 anak tangga dengan tinggi 252 cm. Berapakah tinggi setiap pijakan dari 14 pijakan?



4. Persamaan garis $y + p + 20 = (p - 1)x$ melalui titik (7, p - 2). Tentukan gradien garis tersebut.
5. Tentukan persamaan garis yang tegak lurus dengan $2x - 5y = 4$ dan melalui titik (4, -5).
6. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (2, 3) dan sejajar dengan garis yang melalui titik (3, -5) dan titik (-6, 0).

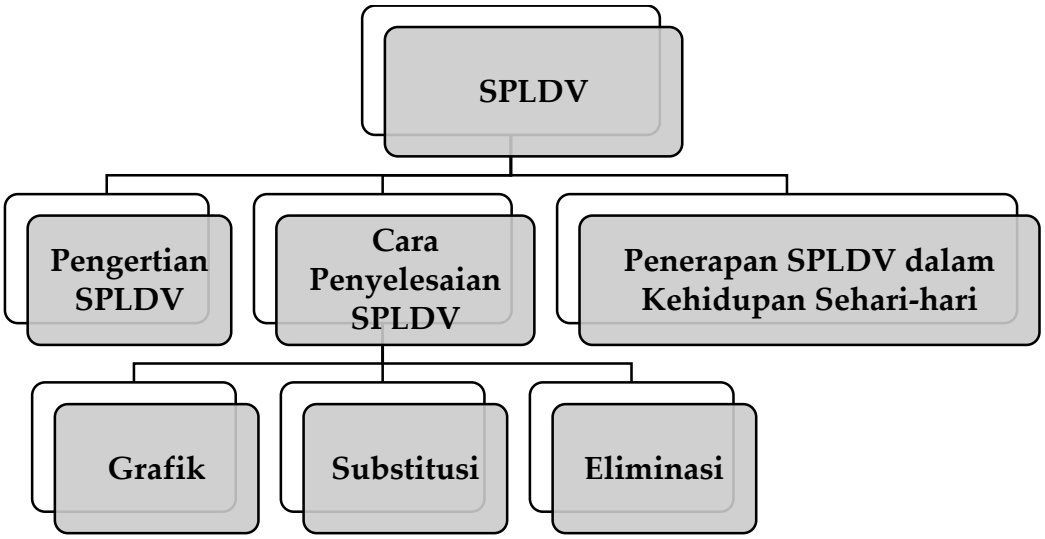
BAB 5 SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL

A. KOMPETENSI DASAR

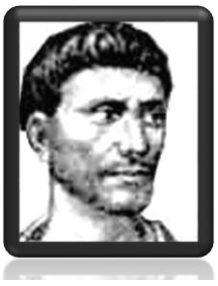
3.5 Menjelaskan sistem persamaan linier dua variabel dan penyelesaiannya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual.

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linier dua variabel.

B. PETA KONSEP



C. SEJARAH



Gambar 5. 1 Diophantus (250 SM – 200 SM)

Persamaan linier dua variabel berkaitan erat dengan persaman *diophantine.* Persamaan ini pertama kali dipelajari oleh seorang bernama Diophantus yang menghabiskan hidupnya di Alexandria. Diophantus juga dikenal dengan julukan "bapak aljabar" namun julukan itu kemudian disandang oleh Al-Khawarizmi tentunya. Dia merupakan seorang matematikawan Yunani, yang bermukim di Iskandaria. Pada saat itu Alexandria sebagai pusat pembelajaran matematika. Karyanya berjudul *Arithmetica* dan *Diophantus Equation*.

D. MATERI

1. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, siswa dapat:

a. Menyebutkan konsep sistem persamaan linier dua variabel.
b. Menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dengan metode grafik, subtitusi, eliminasi, dan campuran (eliminasi-subtibusi).
c. Menentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linier dua variabel.
d. Menentukan penyelesaian dari model matematika yang berupa sistem persamaan linier dua variabel.

Masalah Kontekstual



Gambar 5. 2 Stasiun Kereta Api

Pak Andi dan istrinya, mengajak kedua anaknya pulang ke kampung halaman di Surabaya dengan menggunakan kereta api dari stasiun Bandung. Pak Andi membeli 2 tiket untuk orang dewasa dan 3 tiket untuk anak. Biaya yang dikeluarkan Pak Andi sebesar Rp. 425.000,-. Di saat bersamaan, Bu Aminah dan anaknya juga pergi ke Surabaya. Dia membeli tiket dengan harga Rp. 180.000,-. Berapa harga tiket satuan untuk orang dewasa dan anak? Menurut kalian, Apakah masalah di atas berkaitan degan SPLDV? Untuk mengetahuinya mari kita mulai pelajari SPLDV.

a. Bentuk SPLDV



Gambar 5. 3 Flyer Travel

Bu Alya menjadi panitia study tour kelas VIIIA SMPN 11 Bandung ke Yogyakarta. Biaya sewa Bus sebesar Rp. 2.000.000/Bus. Untuk biaya lainya seperti makan dan tiket masuk wisata Rp. 150.000/siswa. Untuk lebih jelasnya, masalah tersebut dapat kita tuliskan dalam persamaan berikut:

Misalkan

T : Total biaya yang dikeluarkan

P : banyak peserta trip

Persamaanya dapat diituliskan sebagai berikut:

T = 2.000.000 + 150.000 P

Persamaan T = 2.000.000 + 150.000P merupakan **persamaan linier dua variabel (PLDV).** Karena persamaan ini memilki dua variabel yaitu T dan P yang keduanya berpangkat 1. Jadi apakah itu SPLDV?

Sistem persamaan linier dua variabel adalah gabungan dari dua atau lebih persamaan linier dua variabel dan hanya mempunyai satu penyelesaian.

b. Penyelesaian SPLDV

1) Metode Subtitusi/mengganti

Metode substitusi (mengganti) adalah metode dengan mengganti salah satu variabel untuk mencari nilai dari variabel yang lain.

Contoh Soal 1

Galih dan Ratna membeli alat tulis untuk mereka sendiri dan teman-temannya. Mereka membeli di toko yang sama dan membeli barang dengan merek yang sama. Masalahnya adalah mereka lupa meminta struk pembeliannya. Galih membayar Rp. 50.000 untuk membeli satu papan penjepit dan tiga pensil. Sedangkan Ratna mengeluarkan Rp. 30.000 untuk membeli dua papan penjepit dan satu pensil. Bagaimana cara kita membantu mereka untuk mengetahui harga satu papan penjepit dan satu pensil?

Pembahasan:

Kita buat terlebih dahulu bentuk SPLDV

$$x + 3y = 50.000$$
$$2x + y = 30.000$$

Dari persamaan $x + 3y = 50.000$, kita dapat menentukan nilai y dengan mengganti *(subtitusi)* bentuk persamaan x sebagai berikut:

Ubah persamaan $x + 3y = 50.000$ menjadi $x = 50.000 - 3y$

Subtitusikan $50.000 - 3y$ untuk x ke persamaan $2x + y = 30.000$, sehingga:

$$2x + y = 30.000$$
$$2(50.000 - 3y) + y = 30.000$$
$$100.000 - 5y = 30.000$$
$$5y = 100.000 - 30.000$$
$$y = 70.000 \div 5$$
$$y = 14.000$$

Subtitusikan nilai $y = 14.000$, ke persamaan $2x + y = 30.000$, sehingga:

$$2x + y = 30.000$$
$$2x + 14.000 = 30.000$$
$$2x = 30.000 - 14.000$$
$$2x = 16.000$$
$$x = 8.000$$

Kita ingat bahwa X adalah papan penjempit dan Y adalah pensil, setelah diselesaikan dengan metode subtitusi, ternyata harga satu papan penjepit adalah 8.000 dan harga satu pensil 14.000.

KUIS 1

1. Himpunan penyelesaian dari tiap SPLDV berikut ini adalah ….

   5x + 5y = 25

   3x + 6y = 24

   A. {(2, 3)}

   B. {(1, 3)}

   C. {(2, 4)}

   D. {(3, 5)}

2. Himpunan penyelesaian untuk SPLDV berikut ini dengan menggunakan metode subtitusi adalah ….

   $x - 2y = 8$

   $3x + 2y = -8$

   A. {(0, -1)}

   B. {(0, -2)}

   C. {(0, -3)}

   D. {(0, -4)}

3. Himpunan penyelesaian dari tiap SPLDV berikut ini dengan metode subtitusi adalah ....

   $x - y = 4$

   $2x + 4y = 20$

   A. {(6, 1)}

   B. {(6, 2)}

   C. {(6, 3)}

   D. {(6, 4)}

4. Dengan menggunakan metode subtitusi, himpunan penyelesaian dari SPLDV berikut ini adalah ….

   $2x - 3y = 7$

   $3x + 2y = 4$

   A. {2, 3}

   B. {2, -3}

   C. {2, -1}

   D. {2, 2}

5. Himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $x - 2y = 8$ dan $3x + 2y = -8$ adalah ….

   A. {0, 1}

   B. {0, -2}

   C. {0, 3}

   D. {0, -4}

6. Suatu hari seorang pedagang menjual baju dan celana sebanyak 10 pasang. Uang perolehan hasil penjualan tersebut adalah Rp. 600.000,-. Jika harga baju Rp. 20.000,- dan celana Rp. 30.000,-, maka model matematikanya adalah ….

A. nilai x dan y adalah Rp. 1.000 dan Rp. 2.000

B. nilai x dan y adalah Rp. 3.000 dan Rp. 2.000

C. nilai x dan y adalah Rp. 3.000 dan Rp. 4.000

D. nilai x dan y adalah Rp. 2.000 dan Rp. 2.000

7. Keliling sebuah persegi panjang sama dengan 44 cm. Jika lebarnya 6 cm lebih pendek dari panjangnya, panjang dan lebar dari persegi panjang tersebut adalah ….

   A. panjang persegi panjang itu adalah 14 cm dan lebarnya adalah 8 cm.

   B. panjang persegi panjang itu adalah 15 cm dan lebarnya adalah 7 cm.

   C. panjang persegi panjang itu adalah 16 cm dan lebarnya adalah 6 cm.

   D. panjang persegi panjang itu adalah 17 cm dan lebarnya adalah 5 cm.

8. Umur Lia 7 tahun lebih tua daripada umur Irvan, sedangkan jumlah umur mereka adalah 43 tahun. Umur mereka masing-masing adalah ….

   A. umur Lia adalah 26 tahun dan umur Irvan adalah 18 tahun.

   B. umur Lia adalah 25 tahun dan umur Irvan adalah 19 tahun.

   C. umur Lia adalah 25 tahun dan umur Irvan adalah 18 tahun.

   D. umur Lia adalah 24 tahun dan umur Irvan adalah 17 tahun.

9. Selisih umur seorang ayah dan anak perempuannya adalah 26 tahun, sedangkan lima tahun yang lalu jumlah umur keduanya adalah 34 tahun. Umur ayah dan anak perempuannya dua tahun yang akan dating adalah ….

   A. umur ayah dan umur anak dua tahun yang akan datang adalah 36 tahun dan 11 tahun.

   B. umur ayah dan umur anak dua tahun yang akan datang adalah 37 tahun dan 11 tahun.

   C. umur ayah dan umur anak dua tahun yang akan datang adalah 37 tahun dan 12 tahun.

   D. umur ayah dan umur anak dua tahun yang akan datang adalah 38 tahun dan 11 tahun.

10. Jika himpunan penyelesaian dari persamaan $ax - y = 11$ dan $2x + 6y = 12$ adalah $\{3, b\}$, maka nilai a dan b berurutan adalah ….

    A. 4 dan 1

    B. 3 dan 2

    C. 1 dan 4

    D. 2 dan 4

2) Metode Eliminasi/menghilangkan

Metode eliminasi (menghilangkan) adalah metode dengan menghilangkan salah satu variabel terlebih dahulu.

Contoh Soal 2

Galih dan Ratna membeli alat tulis untuk mereka sendiri dan teman-temannya. Mereka membeli di toko yang sama dan membeli barang dengan merek yang sama. Masalahnya adalah mereka lupa meminta struk pembeliannya. Galih membayar Rp. 50.000 untuk membeli satu papan penjepit dan tiga pensil. Sedangkan Ratna mengeluarkan Rp. 30.000 untuk membeli dua papan penjepit dan satu pensil. Bagaimana cara kita membantu mereka untuk mengetahui harga satu papan penjepit dan satu pensil?

Pembahasan:

$$x + 3y = 50.000$$
$$2x + y = 30.000$$

Dengan menggunakan metode eliminasi dapat diselesaikan sebagai berikut:

$$x + 3y = 50.000 \ \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$2x + y = 30.000 \ \ldots\ldots\ldots (2)$$

Untuk mengetahui nilai y kita akan menghilangkan nilai x:

$$x + 3y = 50.000 \mid \times 2 \mid \ 2x + 6y = 100.000$$
$$2x + y = 30.000 \mid \times 1 \mid \ \underline{2x + y \ = 30.000 \ -}$$
$$5y = 70.000$$
$$y = 70.000 \div 5$$
$$y = 14.000$$

Untuk mengetahui nilai x kita akan menghilangkan nilai y:

$$x + 3y = 50.000 \mid \times 1 \mid \ \ x + 3y = 50.000$$
$$2x + y = 30.000 \mid \times 3 \mid \ \underline{6x + 3y = 90.000 \ -}$$
$$-5x = -40.000$$
$$x = -40.000 \div -5$$
$$x = 8.000$$

KUIS 2

1. Himpunan penyelesaian dari $x + 3y = 5$ dan $2x – y = 3$ adalah ….

   A. {1, 3}

   B. {2, 1}

   C. {3, 1}

   D. {1, 2}

2. Himpunan penyelesaian dari $2x - y = 4$ dan $x + 2y = 12$ adalah ….

   A. {1, 1}

   B. {2, 2}

   C. {3, 3}

   D. {4, 4}

3. Jumlah dua bilangan adalah 60, sedangkan selisihnya adalah 36. Dua bilangan tersebut adalah ….

   A. 12 dan 48

   B. 48 dan 12

   C. 36 dan 56

   D. 56 dan 36

4. Diketahui a dan b merupakan penyelesaian dari $-2x +3y = 8$ dan $3x + y = - 1$. Nilai dari $a – 2b$ adalah ….

   A. -5

   B. -3

   C. -2

   D. -1

5. Diketahui keliling sebuah persegi panjang yang ukuran panjang dan lebarnya berbeda 6 cm dan 84 cm. Luas persegi panjang tersebut adalah ….

   A. 108 cm^2

   B. 216 cm^2

   C. 432 cm^2

   D. 864 cm^2

6. Anti, Beni, dan Dita membeli buku dan pensil sejenis di toko yang sama. Anti membeli 3 buah dan 2 pensil seharga Rp. 11.000. Beni membeli 1 buku dan 3 pensil seharga Rp. 9.500. Harga yang harus dibayar Dita jika membeli 2 buku dan 3 pensil adalah sebesar ….

   A. Rp. 11.000

   B. Rp. 11.500

   C. Rp. 12.000

   D. Rp. 12.500

7. Jika (x, y) penyelesaian dari $\frac{8}{x}+\frac{9}{y}=7$ dan $\frac{14}{x}+\frac{6}{y}=5$, nilai 2x – 3y = ...

   A. 12

   B. 5

   C. 2

   D. -15

8. Jika x dan y merupakan penyelesaian sistem persamaan 2x – y = 7 dan x + 3y = 14, maka nilai x + 2y adalah ….

   A. 8

   B. 9

   C. 11

   D. 13

9. Andi membeli 2 buku tulis dan 3 pensil seharga Rp8.500,00, sedangkan Didit membeli 3 buku tulis dan 2 pensil seharga Rp9.000,00. Jika Anita membeli 1 buku dan 1 pensil, maka ia harus membayar sebesar ….

   A. Rp 5.500,00

   B. Rp 5.000,00

   C. Rp 3.500,00

   D. Rp 4.000,00

10. Keliling lapangan yang berbentuk persegi panjang adalah 58 meter. Jika selisih panjang dan lebarnya 9 meter, maka luas lapangan tersebut adalah ….

    A. 95 m^2

    B. 190 m^2

    C. 261 m^2

    D. 380 m^2

3) Metode Grafik

Metode penyelesaian dengan grafik adalah metode dengan menggambarkan persamaan linier yang ada pada koordinat Cartesius. Titik perpotongan dari garis merupakan penyelesaiannya.

Contoh Soal 3

Tentukanlah himpunan penyelesaian dari SPLDV 2x + y = 4 dan x + y = 3 dengan menggunakan metode grafik.

Pembahasan:

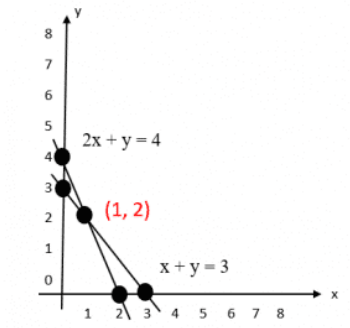
2x + y = 4

x	0	2
y	4	0
(x, y)	(0, 4)	(2, 0)

x + y = 3

x	0	3
y	3	0
(x, y)	(0, 3)	(3, 0)

Grafik:



https://www.dosenmatematika.co.id/sistem-persamaan-linear-dua-variabel-dengan-metode-grafik/

KUIS 3

1. Harga sebuah celana sama dengan dua kali harga sebuah kaos. Di toko yang sama Andi membeli dua celana dan sebuah kaos dengan harga Rp 250.000,-. Jika harga 1 celana dinyatakan dengan x dan harga 1 kaos dinyatakan dengan y, sistem persamaan linier dua variabel yang benar adalah ….

   A. $x - y = 0; 2x + y = 250.000$

   B. $2x - y = 0; 2x + y = 250.000$

   C. $x = 2y, 2x = y + 250.000$

   D. $y = 2x, 2x = y + 250.000$

2. Penyelesaian dari sistem persamaan $2x + 3y = 6$ dan $x + 2y = 4$ adalah ….

   A. $x = 1$ dan $y = 1$

   B. $x = 2$ dan $y = 0$

   C. $x = 0$ dan $y = 2$

   D. $x = 1$ dan $y = 2$

3. Penyelesaian dari $3x - 2y = 5$ dan $2x - 3y = -5$ adalah (p, q) maka nilai dari $3p + 2q$ = ….

   A. -25

   B. -5

   C. 5

   D. 25

4. Harga 4 baju dan 3 celana adalah Rp 336.000,- sedangkan harga 3 baju dan 4 celana adalah Rp 322.000,-, maka harga 2 baju dan 1 celana adalah ….

   A. Rp 108.000,-

   B. Rp 144.000,-

   C. Rp 154.000,-

   D. Rp 158.000,-

5. Jika pembilang suatu pecahan ditambah 2 hasilnya $\frac{1}{2}$ dan jika penyebutnya dikurangi 2 hasilnya $\frac{1}{4}$, maka selisih pembilang dan penyebutnya adalah ….

   A. 3

   B. 4

   C. 5

   D. 6

6. Lima tahun yang lalu umur ayah 5 kali umur anaknya. Tujuh tahun yang akan datang perbandingan umur ayah dengan anaknya 13 : 5. Umur anaknya sekarang adalah ….

   A. 45 tahun

   B. 20 tahun

   C. 13 tahun

   D. 8 tahun

7. Andi membeli buku dan 3 bulpoin seharga Rp 31.000,-. Rendi membeli 5 buku dan 2 bulpoin dengan harga Rp 15.500,-. Purwanto membeli 8 buku dan 2 bulpoin dengan membayar dengan uang Rp 50.000,-. Uang kembalian Purwanto adalah ….

   A. Rp 14.000,-

   B. Rp 24.000,-

   C. Rp 36.000,-

   D. Rp 38.000,-

8. Sepuluh tahun yang akan datang perbandingan usia kakak dan adik adalah 4 : 3. Jika jumlah usia mereka sekarang adalah 22, usia adik sekarang adalah ….

   A. 14 tahun

   B. 12 tahun

   C. 10 tahun

   D. 8 tahun

9. Jika penyelesaian dari $2x - y = -10$, dan $x + 6y = 21$ adalah (x, y), maka nilai dari $-3x + 2y$ adalah ….

   A. 18

   B. 17

   C. -1

   D. -6

10. Panitia seminar menyediakan 8 mobil yang terdiri atas mobil A dan mobil B untuk mengangkut 40 peserta. Setiap mobil A digunakan untuk mengantar 3 peserta dan setiap mobil B digunakan untuk mengantar 7 peserta. Banyak mobil yang digunakan untuk mengantar adalah ….

    A. 2 mobil A dan 6 mobil B

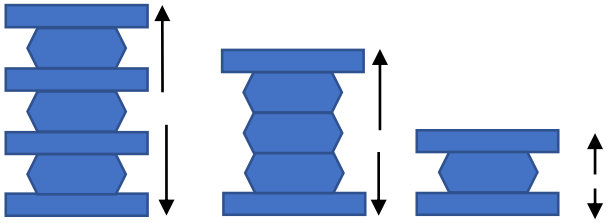
    B. 4 mobil A dan 4 mobil B

C. 6 mobil A dan 2 mobil B

D. 8 mobil B

E. POSTES

1. Di bawah ini adalah 3 *tower* yang memiliki tinggi berbeda dan tersusun dari dua bentuk yaitu bentuk segienam dan persegi panjang. Berapakah tinggi *tower* yang paling pendek?



2. Lala dan Lili bersepakat untuk memanjangkan rambutnya hingga beberapa tahun mendatang. Tabel di bawah ini menunjukan panjang rambut mereka pada bulan yang berbeda:

BULAN KE-	PANJANG RAMBUT (CM)	
	LALA	LILI
Maret	16	28
Agustus	26	36

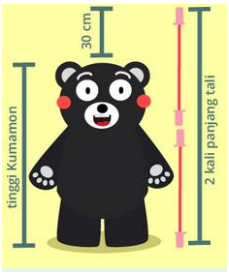
Suatu saat apakah rambut mereka akan bisa sama panjang? Jika iya, pada bulan berapa hal itu terjadi? Berapa panjang rambut mereka ketika sama panjang

3. Ani memiliki toko sepatu, jenis sepatu tertentu. Jika Ani menjual 2 pasang sepatu lebih banyak, ia memperoleh jumlah uang yang sama. Harga jual tiap pasang sepatu adalah Rp. 20.000,00 lebih murah dari harga jual normalnya. Jika Ani menjual sepatu 2 pasang lebih sedikit ia juga memperoleh jumlah uang yang sama. Harga jual setiap pasang sepatu Rp. 40.000,00 lebih mahal dari harga jual normalnya. (harga normal: harga sebelum diberikan potongan)
   a. Berapa pasang sepatu yang dijual Ani untuk jenis tersebut?
   b. Berapa harga normal sepasang sepatu itu?
4. Satu cangkir kopi ditambah tiga potong kue berharga Rp. 27.000 di suatu restoran. Dua cangkir kopi dan dua potong kue harganya Rp. 30.000. tiga cangkir kopi dan satu potonng kue harganya Rp. 35.000. Hitunglah harga satu cangkir kopi dan satu potong kue.

5. Lilis dan Ujang sedang mewawancarai seorang tukang parkir di sebuah supermarket. Di tempat parkir tersebut terdapat 84 kendaraan yang terdiri atas sepeda motor dan mobil. Setelah dihitung oleh Lilis dan Ujang, ternyata jumlah roda seluruhnya ada 220 buah. Jika tarif parkir untuk sepeda motor Rp. 2.000 dan untuk mobil Rp. 4.000. Tentukan besar uang yang diterima tukang parkir tersebut.
6. Kumon ingin melakukna lompat tali. Misalkan tali yang digunakan ternyata memiliki panjang 70 cm lebih pendek dari pada tinggi badan kumon.



Agar tali tidak tersangkut di tubuh kumon, maka setidaknya tali tersebut harus dua kali lebih panjang dari ukuran sebelumnya. Sehingga apabila diukur kembali, maka ukuran dua kali panjang tali akan 30 cm lebih panjang dari tinggi badan kumon.



Tentukan berapa ukuran panjang tali yang digunakan serta tinggi badan kumon?



DAFTAR PUSTAKA

Budiman & Maryana. (2019). *Brilian Matematika untuk SMA/MA Kelas XI* : Grafindo Media Pratama.

Djumanta, W. (2008). *Mahir Mengembangkan Kemampuan Matematika*. Jakarta: Pusat Perbukuan-Depdiknas.

Helm (2008). "*Additional and Multiplication Laws of Probability*" https://learn.lboro.ac.uk/archive/olmp/olmp_resources/pages/workbooks_1_50_jan2008/Workbook35/35_3_addn_mult_laws_prob.pdf

Heryadi. D. (2008). *Modul Matematika untuk SMK Kelas XI (Teknologi Kesehatan dan Pertanian)*. Jakarta. Yudhistira.

Indriyastutu, & Rosihan. (2019). *Perspektif Matematika untuk kelas XII SMA dan MA*. Solo : PT Tiga Serangkai Pustaka Mandiri.

Ismawati, Rum dan Ismawati, Rum dan Wagiman dkk. (2020). *Mahkota Matematika SMP*. Yogyakarta : Gramasurya.

Istiqomah, Ul Nisa. (2012). *MATEMATIKASMA Jilid IB kelas X*. Yogyakarta.

J J O'Connor & E F Robertson. (1996). *"Blaise Pascal"*. Online. https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Pascal/ . [diakses pada tanggal 13 Januari 2020.]

Kasmina, Kusna Asmaatul. (2015). *Seri Pendalaman Materi Matematika untuk SMK/MAK Siap Tuntas menghada UN*. Jakarta : Erlangga.

Kasmina, & Toali. (2018). *Matematika untuk SMA/SMK Kelas X* (Y. Gussel & D. Natalia, eds.). Jakarta : PT. Gelora Aksara Pratama.

Kemendikbud. (2014). *Buku Guru Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1.* Jakarta : Kemdikbud RI.

Kemendikbud. (2017). *Buku Guru Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1*. Jakarta : Kemdikbud RI.

Kemendikbud. (2017). *Matematika Kelas VIII SMP/MTs: Buku Siswa Semester 2*. Jakarta: Puskurbuk.

Kemendikbud. (2017). *Matematika Kelas VIII SMP/MTs: Buku Guru*. Jakarta: Puskurbuk.

Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan Matematika/Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. (2017). *Edisi Revisi 2017*. Jakarta: Kementrian Pendidikan Kebudyaan.

Nikiforidou,Z.,& Pange, J. (2007). *Sample space and the structure of probability combinations in preschoolers.* 5 (January 2007) 782-790.

Nugraha, S. N., & Sulaiman. (2013). *Rumus Sakti Matematika SMA/MA kelas 10, 11, 12*. Jakarta : Dunia Cerdas.

Pesta, & Anwar, C. (2008). *BSE Matematika Aplikasi untuk SMA dan MA Kelas XII Program Studi Ilmu Alam*. Jakarta : Pusat Perbukuan Depdiknas.

Pierce,Rod. (2017). "*Probability*" . Online. https://www.mathsisfun.com/data/probability.html, [diakses pada tanggal 13 Januari 2020.]

Pratiwi, Yuli. Dkk. (2014). *Trik Cerdas dan Bank Soal Mateematika*. Solo : Genta Smart Publisher.

Reichenbach, Hans. (1949). *Probability An Inquiry into Logical and Mathematical Foundation of the Calculus of Probability*. Los Angeles : University Of California.

Soal UN Matematika SMP Tahun 2016.

Soal PISA Tahun 2012.

Soedyarto, N. (2008) . *Matematika Untuk SMA dan MA Kelas XI*. Jakarta : Pusat Perbukuan-Depdiknas.

Sudianto, & Tri. (2017). *BSE matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*. Jakarta: Kemendikbud.

Sukardi. (2019). Mathcyber1997. *Retrieved from 08 Maret 2019*. Online. https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-perbandingan-trigonometri-dasar/ https://www.youtube.com/watch?v=Q9xTOPL25Wc&t=71s .

Sukardi. (2019). *Soal dan Pembahasan - Matriks, Determinan, dan Invers Matriks (versi HOTS dan Olimpiade)*. Online. https://mathcyber1997.com .

Sumadi., Darmo., & Suharjana, A. (2008). *Matematika SMK/MAK*. Jakarta : Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional.

Yang li. (2014). "*Lecture Notes*: *Introduction to Probability and Statistics*". Online. https://www.coursehero.com/file/9265039/Chapter-21-Lecture-Notes/ [diakses pada tanggal 14 januari 2020.]

https://www.transum.org/Software/SW/Starter_of_the_day/Students/Pythagoras.asp?Level=4

https://idschool.net/teorema-pythagoras-matematika-smp-2/

https://matematika.guruindonesia.id/2019/04/koordinat-kartesius.html

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Functions.html

https://blog.ruangguru.com/apa-itu-relasi-dan-fungsi

https://www.kelaspintar.id/blog/tips-pintar/contoh-relasi-dan-fungsi-dalam-matematika-5491/

https://www.youtube.com/watch?v=QbKWvldwP1w

https://www.youtube.com/watch?v=Aw1i74LKKUg

http://www.slideshare.net

http://books.google.co.id

https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id/repos/FileUpload/Persamaan%20Garis%20Lurus-BB/Topik-2.html

https://www.dosenmatematika.co.id/cara-mudah-menyatakan-persamaan-garis-jika-grafiknya-diketahui/

https://youtu.be/wmF_2crIRcg

https://youtu.be/Oss5JQGopKY

https://youtu.be/XMVp-XNSX7k

https://youtu.be/vh2rfiEk7rw

http://www.slideshare.net/NASuprawoto/matriks-5530923?from_m_app=android

https://kumpulanmateripelajaranpoputer1144.blogspot.com/2019/02/contoh-soal-hots-operasi-matriks.html?m=1

https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-sistem-persamaan-linear-dua-variabel-spldv/

https://youtu.be/0iLaAXSWwXI

http://www.slideshare.net/ontetmoli/ppt-pembelajaran-spldv?from_m_app=android

http://www.slideshare.net/ontetmoli/ppt-pembelajaran-spldv?from_m_app=android

https://m-edukasi.kemdikbud.go.id/medukasi/?m1=me&produksi=2010

https://drive.google.com/file/d/1Tl5mZsV24u_ToMkZkkuXMHrQYGrBk9YU/view

https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-transformasi-geometri-tingkat-sma/

https://www.quipper.com/id/blog/mapel/matematika/transformasi-geometri-kelas-12/

https://fellypun.wordpress.com/2013/01/15/80/

https://www.quipper.com/id/blog/mapel/matematika/barisan-dan-deret-matematika-kelas-11/

https://blog.ruangguru.com/barisan-dan-deret-geometri-rumus-un-sn-dan-deret-geometri-tak-hingga

https://youtu.be/vU7IkpkZnLM

https://youtu.be/nLvVraunTko

https://youtu.be/mp8MU3zeGuA

http://youtu.be/HXTawbGQa4Y

http://youtu.be/HSjdIvPp6Jc

https://www.ilmusosial.id/2019/12/soal-dan-pembahasan-limit-fungsi.html

https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-limit-fungsi-aljabar/

https://www.coursehero.com/file/33708825/MTK-LINAT-APLIKASI-LIMIT-FUNGSI-ALJABAR-TAK-HINGGApptx/

https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-limit-fungsi-aljabar-dan-trigonometri-versi-hots-olimpiade/

https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-limit-tak-hingga/

https://images.app.goo.gl/q1SFi6vU6ruxWkAL8

https://images.app.goo.gl/J2dr2RvvgRz4EetM9

https://images.app.goo.gl/ikUXpqjY4qXyMzNU7

https://mathcyber1997.com/

https://www.youtube.com/watch?v=HlNpad-MiiY

https://www.youtube.com/watch?v=yoPJGwqueLU

https://www.youtube.com/watch?v=noh2C_hiKkU

https://www.youtube.com/watch?v=yoPJGwqueLU&t=449s

http://www.soalmatematik.com

https://www.youtube.com/watch?v=0sZsVM5SzQI

https://www.youtube.com/watch?v=1Jn0C7Sn-RE&t=57s

https://www.youtube.com/watch?v=HvrIw50hEjs&t=28s

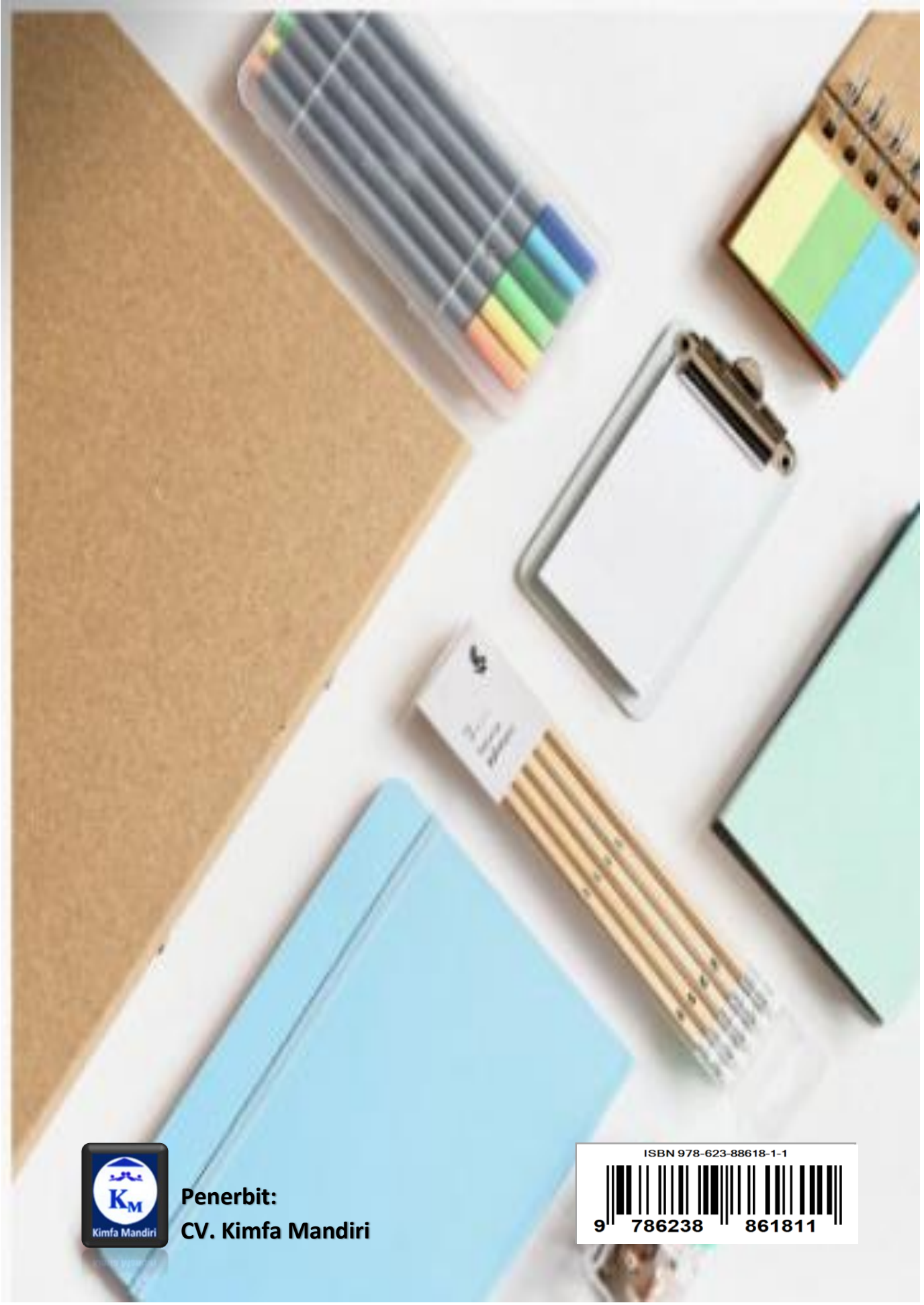
https://bit.ly/3dE7rbE

https://bit.ly/3k9EruX

https://bit.ly/2FDbUP9

https://bit.ly/3key49y

https://bit.ly/3o19L16



Penerbit:
CV. Kimfa Mandiri

ISBN 978-623-88618-1-1